

Dipl.-Ing. Karsten Turek

Prof. Dr. habil. Hans-Georg Marquardt

Verfahren zur Dimensionierung von automatischen Sortiersystemen (Sorter)

Juli 2007

Schlussbericht des aus Haushaltsmitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Arbeit über die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen "Otto von Guericke" (AiF) im Auftrag der Bundesvereinigung Logistik e.V. (BVL) geförderten Forschungsvorhaben (AiF-Nr. 14505 BR)

Thema:

Verfahren zur Dimensionierung von automatischen Sortiersystemen (Sorter)

Bearbeitungszeitraum:

1.9.2005 - 28.2.2007

Forschungsstelle:

Institut für Fördertechnik, Baumaschinen und Logistik

Professur für Technische Logistik

Technische Universität Dresden

01062 Dresden

Kontakt:

Prof. Dr.-Ing. habil. Hans-Georg Marquardt

Telefon: +49 (0)351-463 332538

E-Mail: Hans-Georg.Marquardt@tu-dresden.de

Dipl.-Ing. Karsten Turek

Telefon: +49 (0)351-463 332537

E-Mail: Karsten.Turek@tu-dresden.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung in Sortersysteme	4
1.1	Aufgaben der Sortersysteme	4
1.2	Probleme der Leistungsbestimmung	5
1.3	Literaturanalyse	6
2	Modellierung von Materialflusssystemen	7
2.1	Bedienungstheorie	7
2.1.1	Das M/M/1- Modell.....	8
2.1.2	Das M/D/1- Modell	9
2.1.3	Das M/D'/1- Modell.....	10
2.1.4	Zusammenführung mit absoluter Vorfahrt	10
2.2	Logistische Kennlinien.....	14
2.3	Polynome.....	15
3	Analyse des Einschleusbereichs	16
3.1	Einführende Betrachtungen.....	16
3.2	Leerplatz-Zuweisungsverfahren.....	17
3.3	Einschleusbereich als M/D'/1-System	18
3.4	Einschleusabstand	19
3.5	Simulationsexperimente	20
3.6	Näherung für die Warteschlangenlänge	21
3.7	Beispiel für die Warteschlangenlänge.....	23
4	Analyse des Ausschleusbereichs	25
4.1	Einführende Betrachtungen.....	25
4.2	Analytische Bestimmung der Rundläufer	26
4.2.1	Binominalansatz	26
4.2.2	Bilanzansatz.....	28
4.3	Simulationsexperimente Rundläufer	30
4.4	Näherung für den Rundläuferanteil.....	32
4.5	Beispiel für die Rundläuferberechnung.....	33
5	Betrachtungen zur Transportnennleistung	34
5.1	Einführende Betrachtungen.....	34
5.2	Berechnungsansatz Lineare Optimierung	35
5.3	Erweiterung um Einschleusabstände.....	37
6	Berechnungswerkzeug	38
7	Zusammenfassung und Ausblick	39
	Anhang Simulationsergebnisse.....	41

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Skizze zum Referenzpunktverfahren.....	18
Abbildung 2:	Mittlere Warteschlangenlänge.....	19
Abbildung 3:	Parameterraum Simulation Einschleusabstand.....	21
Abbildung 4:	Vergleich Simulation und Näherung für $e = 2$	23
Abbildung 5:	Skizze zum Ausschleusabstand	26
Abbildung 6:	Parameterraum Simulation Rundläufer	30
Abbildung 7:	Simulationsergebnisse Rundläuferanzahl.....	31
Abbildung 8:	Sorterzusatzbelastung ρ_{RL}	31
Abbildung 9:	Sorterkreis mit 3 Einschleusungen und 3 Endstellen	35
Abbildung 10:	Bedienoberfläche Berechnungswerkzeug	38

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Vergleich Simulationsergebnisse mit Näherung	22
Tabelle 2:	Näherungsfehler	22
Tabelle 3:	Ausschleuspositionen	27
Tabelle 4:	Rundläuferresultate.....	32
Tabelle 5:	Relative Transportanteile.....	36

1 Einführung in Sortersysteme

Logistik sorgt für die Sicherstellung der Verfügbarkeit von Gütern und den zugehörigen Informationen. Die Prozesse zur Überbrückung von Raum (Transport) und Zeit (Lagerung) - d.h. der Fluss von Gütern - stehen dabei traditionell im Zentrum der Betrachtung. Eine übliche Unterteilung ist die Trennung der Betrachtungsbereiche in Stückgut-Logistik und Schüttgut-Logistik.

Die Arbeiten in diesem Forschungsprojekt beschäftigten sich mit einem Teilgebiet in der Stückgut-Logistik. Der Transport von Schüttgütern unterliegt anderen Gesetzmäßigkeiten und erfordert technische Systeme, deren Eigenschaften nicht Gegenstand dieser Arbeit ist.

Der Materialfluss ist die Gesamtheit der Bewegungen von Stückgut in einem technischen System, dem Materialflusssystem, auf definierten Transportwegen zwischen verschiedenen Startpunkten und Zielpunkten. Die Bewegung kann in geordneten oder ungeordneten Abständen über die Transportwege erfolgen. Ein Materialstrom ist eine Menge von Gütern, die von einem Startpunkt (Quelle) zu einem Zielpunkt (Senke) bewegt wird. Materialflusssysteme sind Träger innerbetrieblicher Transportprozesse, die in der Intralogistik zusammengefasst werden. Die optimale Gestaltung dieser Systeme und Prozesse bekommt eine immer größere Bedeutung für die Wirtschaftlichkeit und Wettbewerbsfähigkeit von Unternehmen.

Innerhalb der Intralogistik besitzen die automatischen Sortiersysteme eine große Bedeutung. In automatischen Sortiersystemen erfolgen die Identifikation und das fördertechnische Verteilen der Güter vollständig ohne manuelle Mitwirkung. Diese Sortiersysteme erreichen dadurch eine ausdauernd hohe Sortierleistung bei gleichzeitig geringer Fehlerrate. Automatische Sortiersysteme bilden deshalb oft den zentralen Baustein in komplexen Materialflusssystemen mit hohem Durchsatz. Distributionszentren mit Lager und Kommissionierfunktion sind typische Vertreter solcher Materialflusssysteme.

Distributionszentren bearbeiten täglich eine große Anzahl an Lieferaufträgen mit einer geringen Anzahl Positionen pro Auftrag auf der Basis eines großen Sortimentsumfangs. Eine hohe Bearbeitungsleistung wird durch eine zweistufige Kommissionierung erreicht. In der ersten Stufe werden mehrere Lieferaufträge artikelbezogen zusammengefasst und gemeinsam in einem Vorgang aus dem Lager entnommen. In der zweiten Stufe wird diese Artikelmenge wieder auftragsbezogen verteilt. Häufig übernimmt ein Sorter die Sortierung in der zweiten Kommissionierstufe. Durch die Bestrebungen zur Steigerung der logistischen Dienstleistungsqualität wachsen die Anforderungen an die Sortiertechnik. Die Anzahl der Positionen je Auftrag in der Sortierung sinkt. Die Bedeutung von Termintreue und Sortierqualität steigt. Sorter sind deshalb oft ein leistungsbestimmendes Element eines Distributionszentrums.

1.1 Aufgaben der Sortersysteme

Die VDI-Richtlinie 3312 benennt vier repräsentative Branchen für die Einbindung von Sortersystemen in ein logistisches Gesamtkonzept:

- (a) Produktionssystem (Montagesystem),
- (b) Distributionszentrum mit Lager und Kommissionierfunktion,
- (c) Cross-Docking-Station im Handel,
- (d) Verteilzentrum in der KEP-Branche¹ oder im Cargo-Stückgutbereich.

¹ Kurier-/Express-/Paketdienste

Die ebenfalls bedeutenden Anwendungsgebiete Briefsortierung und Flughafen-Gepäckverteilung werden von der VDI-Richtlinie als Spezialanwendungen ausgeklammert. Während die Briefsortierung durch spezielle, nur für diese Anwendung geeignete Maschinen erfolgt, wird die Gepäcksortierung in Flughäfen mit den gleichen Sortersystemen durchgeführt, die auch in den durch die VDI-Richtlinie genannten Branchen zur Anwendung kommen.

In der Anwendung von Sortern können zwei grundsätzliche Sortieraufgaben unterschieden werden.

- Auftragsorientierte Sortierung (z.B. Kommissionierung)

Die Bestandteile eines Sortierauftrags müssen an einer (beliebigen) Endstelle gesammelt werden. Die Sammelzeit jedes einzelnen Sortierauftrags soll so gering wie möglich gehalten werden. Nach der Komplettierung des Sortierauftrags steht die Endstelle wieder frei zur Verfügung für andere Sortieraufträge.

- Zielorientierte Sortierung (z.B. Flughafengepäck)

Die gewählte Zuordnung von Endstellen zu Transportzielen im System bleibt über längere Zeit erhalten. Die Transportzeit jedes einzelnen Gutes zu seinem Transportziel soll so gering wie möglich gehalten werden.

In der auftragsorientierten Sortierung soll die Summe der Sammelzeiten der Sortieraufträge minimiert werden. Bei der zielorientierten Sortierung steht die Minimierung der Summe der Transportzeiten der einzelnen Güter im Vordergrund.

1.2 Probleme der Leistungsbestimmung

Ein Sorter besteht aus den Subsystemen Einschleusung, Verteilförderer und Endstelle. Sortersysteme können hinsichtlich der geometrischen Form des Verteilförderers in Liniensorter, Ringsorter und Kreissorter eingeteilt werden [JoHo2006].

Bei Sortern mit Linienstruktur ist der Verteilförderer als offene Förderstrecke gestaltet. Die Sortiergüter müssen bis zum Ende des Verteilförderers ihre vorgesehene Endstellen erreichen, da eine Rückführung an den Anfang der Sortierstrecke nur für den Ausnahmefall vorgesehen ist.

Sorter in Kreisstruktur besitzen ein radialsymmetrisches, rotierendes Element als Verteilförderer, das in mehrere Segmente geteilt ist. Die Güter werden über eine zentrale Einschleusung auf den Rotationsbereich eingeschleust. Kreissorter verfügen strukturell über eine relativ geringe Anzahl an Endstellen.

Bei Sortern mit Ringstruktur ist der Verteilförderer als geschlossene Förderstrecke gestaltet. Die Sortiergüter können mehrere Runden auf dem Verteilförderer transportiert werden, bevor sie an ihrer vorgesehenen Endstelle ausgeschleust werden. Aufgrund dieser technischen Eigenschaft des Sortertyps kann der Verteilförderer auch temporär als Puffer für Sortiergüter genutzt werden.

Die Betrachtungen in diesem Forschungsprojekt zur Leistung von Sortersystemen fokussieren auf ein Sortermodell mit einem Verteilförderer in Ringstruktur und einer Einzelplatzbelegung. Auf jedem Platz kann genau ein Gut transportiert werden. Der Verteilförderer besitzt somit eine feste Transportkapazität. Derartige Förderer werden in der Regel als Kippschalen- oder Quergurt-Sorter ausgeführt.

Die theoretische maximale Sortierleistung bzw. die Transportnennleistung L_N für diese Sorter kann bestimmt werden als Quotient von Förderergeschwindigkeit v_F und Einzelplatzabstand d_E .

$$L_N = \frac{v_F}{d_E} \quad (1)$$

Im praktischen Betrieb erreicht die realisierbare maximale Systemleistung eines Sorters nur äußerst selten die theoretische Sortierleistung. Verschiedene Faktoren führen zu einer Leistungsminderung. Dabei kann hinsichtlich des Ortes zwischen Einschleusverlusten und Ausschleusverlusten unterschieden werden.

Die Bestimmung der notwendigen Warteraumgröße bei bestimmter Systembelastung ist ein kritisches Problem bei der Planung von Materialflusssystemen. Die Entscheidung über die richtige Dimensionierung des Systems kann oft nicht als binäre Aussage gegeben werden, sondern sie hängt von den auftretenden und akzeptierbaren Warteschlangenlängen ab. Die Modellierung mit der Bedienungstheorie kann einen analytischen Zugang für die Ermittlung dieser Systemkenngrößen bieten, setzt aber oft spezielle Bedingungen für die Modellgültigkeit voraus. Weitere Erkenntnisse können dann nur mit Hilfe spezifischer Simulationsmodelle gewonnen werden. Einen dritten Weg bieten Näherungsverfahren auf der Basis von Parametergleichungen. Die Ausgangsdaten werden dabei entweder aus dem realen Betrieb des Systems oder über ein Simulationsmodell gewonnen. Für die Datenauswertung und die Parameterbestimmung stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Die Näherung über Polynome wird in [Schulze2000] als geeigneter heuristischer Ansatz beschrieben. Polynome sind in der Lage, stetige Kenngrößenzusammenhänge abzubilden. Eine Näherungslösung zur Bestimmung der mittleren Warteschlangenlänge im Einschleusbereich eines Sorters sowie zur Ermittlung des Rundläuferanteils auf dem Verteilförderer wird vorgestellt.

1.3 Literaturanalyse

Es gibt eine Vielzahl von Veröffentlichungen, die sich mit Sortiersystemen befassen. Allerdings werden dabei immer nur Teilfragen behandelt.

Die Arbeiten [JaNaGu1977] und [Johnson1998] behandeln Steuerungsprobleme in automatischen Sortiersystemen, aber nicht für die speziellen Sortersysteme. Im Mittelpunkt der Betrachtungen dieser Autoren stehen Algorithmen zur Zielstellenzuordnung sowie die zugehörigen Leistungsbetrachtungen.

Vorrangig die zwei Werke [Beumer1993] und [Radtke2000] behandeln Fragen zur Steuerung und zur Sortierleistung von Sortern. Daneben geben Jodin und ten Hompel in [JoHo2006] einen umfassenden Überblick über Grundlagen, Aufbau, Berechnung und Realisierung von Sortiersystemen. Im Bereich Betriebsstrategien und Sortierleistung verweisen sie im wesentlichen auf die genannten Arbeiten von Beumer und Radtke.

Radtke untersucht und bewertet die leistungsbestimmenden Parameter von Sortern, die in der zweistufigen Kommissionierung zum Einsatz kommen. Der Autor vergleicht verschiedene heuristische Strategien zur Zielstellenzuordnung und Sortierbatchfreigabe im Rahmen der batch-orientierten Kommissionierung.

Radtke verfolgt in seiner Arbeit die Untersuchungsziele:

- Minimierung der Abarbeitungszeit für eine Batch-Folge,
- Analyse der Wirkung der Eigenschaften des Sortierbatch- und der Kommissionieraufträge auf die Sortiersystemleistung,
- Analyse der Auslastung des Packsystems und der Wechselwirkung von Packsystemleistung zur Sortiersystemleistung.

Radtke verwendet für die Maximierung der Sortierleistung die Ansätze

- Steuerung Freigabezeitpunkte und Batchgröße in der Batchfolge für eine Optimierung der Endstellenüberbuchung,
- Strategien der Endstellenzuweisung für eine Minimierung der Endstellenüberbuchung,

- Steuerung der Arbeitskräfte im Packsystem für ein Optimum zwischen Packsystemauslastung und Endstellenblockierung.

Der Autor modelliert den Einschleusbereich und den Ausschleusvorgang ohne begrenzende Wirkung auf Systemleistung. Der Einschleusbereich wird vereinfacht und arbeitet mit einer Einschleuslinie ohne Einschleusabstand. Die Einschleusleistung liegt immer über der Transportleistung des Sorters.

Beumer vergleicht an einem Referenzsystem für ein Distributionszentrum mit Lager und Kommissionierfunktion verschiedene Steuerungsverfahren für die Leerplatz-Zuweisung im Einschleusbereich mit mehreren Einschleuslinien. Die Kommissionierung erfolgt im zweistufigen, batchorientierten Verfahren. Der Autor formuliert als Ziel die Minimierung der Abarbeitungszeit für einen Sortier-Batch. Der Einschleusbereich arbeitet mit Einschleuslinien ohne Einschleusabstand. Der Autor schlägt in seiner Arbeit ein neues Zuweisungsverfahren vor, das auf der Basis von individuellen Referenzpunkten für jede Einschleuslinie arbeitet – das Referenzpunktverfahren.

2 Modellierung von Materialflusssystemen

2.1 Bedienungstheorie

Die Modellierung von Materialflusssystemen als Bediensysteme bietet einen analytischen Zugang für die Ermittlung der Systemkenngrößen. In Bediensystemen werden Forderungen durch Bedienstationen bearbeitet. Die Forderungen treffen als Forderungsstrom mit Zwischenankunftszeiten an der Bedienstation ein. Der Forderungsstrom besitzt eine bestimmte stochastische Charakteristik für die Zwischenankunftszeit. Die Zeit der Bearbeitung einer Forderung durch die Bedienstationen unterliegt ebenfalls einer bestimmten stochastischen Charakteristik. Die Forderungen werden in der Reihenfolge ihrer Ankunft bedient. Eintreffende Forderungen, die nicht sofort bedient werden können, verbleiben im Warteraum der Bedienstation, oder sie werden, in Bediensystemen mit begrenzter Kapazität, abgewiesen. Die wartenden Forderungen bilden die Warteschlange des Bediensystems. Die Untersuchung der Kenngrößen dieser Warteschlange steht im Mittelpunkt der Bedienungstheorie. Aus diesem Grund wird die Theorie in der Literatur häufig auch als Warteschlangentheorie bezeichnet. Ein weiterer, bisher wenig beachteter Aspekt in der Betrachtung ist die Analyse der Abgangverteilung von Bediensystemen.

Die Berücksichtigung der stochastischen Charakteristik des Forderungsstroms (Ankunftsprozess) und der Bedienzeit (Bedienprozess) ist eine Stärke der Bedienungstheorie. Dadurch erlaubt sie die Bemessung des Einflusses zufälliger Ereignisse auf die Systemkennwerte. Andererseits setzt die Bedienungstheorie einen sehr engen Rahmen für die stochastischen Eigenschaften der zu verarbeitenden Prozesse. Nur innerhalb dieses Rahmens kann eine exakte analytische Berechnung der Kenngrößen erfolgen. Abweichungen in der Modellierung gehen zu Lasten von Genauigkeit und Allgemeingültigkeit der Aussagen.

Die entscheidende Voraussetzung für eine exakte analytische Berechnung bei stochastischen Prozessen ist die MARKOV-Eigenschaft für wenigstens den Ankunftsprozess oder den Bedienprozess. Die MARKOV-Eigenschaft beschreibt die Gedächtnislosigkeit eines stochastischen Prozesses – „die Unabhängigkeit der Zukunft bei bekannter Gegenwart“ [GneKö1984]. Die Exponentialverteilung zeigt als einzige stetige Verteilung diese Eigenschaft. Diese Verteilung wird deshalb sehr häufig für die Modellierung von stochastischen Ankunftsprozessen und Bedienprozessen eingesetzt.

Die Bedientheorie betrachtet das Bediensystem an zufälligen, nicht korrelierten Zeitpunkten. Nur für den Fall der exponentialverteilten Zwischenankunftszeit können die Ankunftszeitpunkte der Forderungen als Beobachtungszeitpunkte für das System interpretiert werden. An einem

Bediensystem mit gammaverteilten Zwischenankunftszeiten zeigt Schulze in [Schulze2000, S.7] die Abweichung der mittleren Forderungenanzahl im System zwischen einer zufälligen Beobachtung und einer Beobachtung bei Forderungsankunft.

Eine umfassende Darstellung der theoretischen Grundlagen und Methoden der Bedienungstheorie wurde in [GneKö1984] erarbeitet. Eine kurze, praxisorientierte Einführung der Anwendung der Bedienungstheorie bei der Modellierung von Materialflusssystemen findet man in [Arnold2004].

Nachfolgend werden einige elementare Bedienmodelle und ihre wesentlichen Gesetzmäßigkeiten kurz vorgestellt.

Allgemein für alle Bediensysteme wird die Auslastung über das Verhältnis von Ankunftsrate und Bedienrate definiert. Die Ankunftsrate charakterisiert die im Mittel pro Zeiteinheit eintreffenden Forderungen und wird über den Erwartungswert der Ankunftsabstände definiert.

$$\lambda = \frac{1}{E(t_a)} \quad (2)$$

Die Bedienrate beschreibt die Anzahl der im Mittel pro Zeiteinheit bearbeitbaren Forderungen und wird über den Erwartungswert der Bedienzeit definiert.

$$\mu = \frac{1}{E(t_b)} \quad (3)$$

Die Auslastung eines Bediensystems kann aus dem Quotienten von Ankunftsrate und Bedienrate bestimmt werden.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4)$$

Die heute etablierte Notation für eine einheitliche Beschreibung der Kenngrößen in Bediensystemmodellen wurde von KENDALL eingeführt. Die KENDALLSche Notation klassifiziert den stochastischen Charakter für den Ankunftsprozess und den Bedienprozess in einer Buchstabennotation sowie die Anzahl paralleler Bedienstationen und die Anzahl der Warteplätze. Ohne Angabe der Warteplätze wird von einem unbegrenzten Warteraum ausgegangen. Ohne ergänzende Spezifizierung gilt FCFS (First Come First Served) als Bedienungsstrategie.

2.1.1 Das M/M/1- Modell

Das M/M/1-Modell ist ein Basismodell der Bedienungstheorie. Der Ankunftsprozess besitzt exponentialverteilte Zwischenankunftszeiten. Der Bedienprozess arbeitet mit exponentialverteilten Bedienzeiten. Das Bediensystem verfügt über 1 Bedienstation und einen unbegrenzten Warteraum. Die Kenngrößen für das M/M/1-Modell können analytisch exakt bestimmt werden. Für die mathematische Herleitung der folgenden Gleichungen sei auf die zahlreiche Literatur zu Bediensystemen bzw. Warteschlangensystemen verwiesen.

Aus der Leerwahrscheinlichkeit des Systems und den Zustandswahrscheinlichkeiten kann die mittlere Anzahl der Forderungen im System

$$N_s = \frac{\rho}{(1-\rho)} \quad (5)$$

sowie die mittlere Anzahl der Forderungen in der Warteschlange ermittelt werden.

$$N_w = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} \quad (6)$$

Neben den Mittelwerten sind Aussagen über mögliche maximale Ausprägungen der Kenngrößen gerade für die Planung und Bemessung von Materialflusssystemen interessant. Die analytische Berechnung dieser Werte gestaltet sich jedoch deutlich schwieriger.

Für Systeme mit stochastischen Prozessen, die (mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit) theoretisch unbegrenzt hohe Werte annehmen können, ist die Angabe einer absoluten oberen Schranke für Systemkennwerte nicht möglich. Deshalb wird auf die Beschreibung von Maximalwerten durch Quantile zurückgegriffen. Das q-Quantil beschreibt den Wert einer zufälligen Größe, unterhalb dessen sich ein vorgegebener Anteil q aller Werte der zufälligen Größe befindet. So gibt das 95%-Quantil der Warteschlangenlänge die Länge der Warteschlange an, die in 95% aller Messzeitpunkte nicht überschritten wird. Das 95%-Quantil bzw. das 99%-Quantil liefert damit eine praktisch hinreichende Aussage über die mögliche maximale Ausprägung der Warteschlange.

Für das M/M/1-Modell können die Quantilwerte N_{wq} der Warteschlangenlänge analytisch exakt bestimmt werden.

$$N_{wq} = \frac{1}{\ln \rho} \ln \frac{(1-q)}{\rho^2} = \frac{\ln(1-q)}{\ln \rho} - 2 \quad (7)$$

2.1.2 Das M/D/1- Modell

Das M/D/1-Modell arbeitet ebenfalls mit exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten im Ankunftsprozess. Die Bedienzeit dagegen ist konstant für alle Forderungen. Das Bediensystem verfügt über eine Bedienstation und einen unbegrenzten Warteraum. Das M/D/1-Modell spiegelt die Situation in vielen Bedienprozessen realer Materialflusssystemen wieder, wo ein zufälliger Forderungsstrom durch ein technisches System in einer bestimmten Taktzeit bedient wird. Bei Unkenntnis über die wahren Verhältnisse liefert die Annahme exponentialverteilter Zwischenankunftszeiten eine eher pessimistische, damit vorsichtige Aussage über den Warteprozess im Bediensystem. Die Bemessung von Materialflusssystemen auf dieser Basis bietet Sicherheit in der Planung.

Folgende Berechnungsgleichungen gelten für das M/D/1-Modell:

$$N_s = \frac{\rho}{(1-\rho)} \left(1 - \frac{\rho}{2}\right) \quad - \text{ mittlere Anzahl der Forderungen im System,}$$

$$N_w = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \quad - \text{ mittlere Anzahl der Forderungen im Warteraum,}$$

$$t_s = \frac{N_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \left(1 - \frac{\rho}{2}\right) \quad - \text{ mittlere Verweilzeit der Forderungen im System,}$$

$$t_w = \frac{N_w}{\lambda} = \frac{\rho}{2\mu(1-\rho)} \quad - \text{ mittlere Zeit der Forderungen im Warteraum.}$$

Für das M/D/1-Modell können die Quantilwerte der Warteschlangenlänge nur über eine schrittweise Summation der analytisch exakt bestimmbaren Zustandswahrscheinlichkeit der Warteschlange bestimmt werden. Eine geschlossene Berechnungsformel wurde bisher nicht gefunden.

2.1.3 Das M/D'/1- Modell

Das M/D'/1-Modell, vorgestellt in [MeiSun2007], entsteht durch eine Modifikation des M/D/1-Modells im Bedienprozess. Die Bedienstation arbeitet in beiden Modellen mit einer konstanten Bedienzeit. Im M/D/1-Modell beginnt die Bearbeitung einer Forderung bei leerer Bedienstation unmittelbar nach Forderungsankunft im System oder nach Bedientaktende bei übrigen Forderungen im Warteraum. Im M/D'/1-Modell beginnt die Bearbeitung von Forderungen immer in einem konstanten Zeitabstand, unabhängig von der Anzahl Forderungen im Bediensystem. Eine Forderung, die auf ein leeres System trifft, muss auf den Beginn des nächsten Bedientaktes warten. Ein reales technisches Beispiel für das M/D'/1-Modell bietet ein permanent umlaufender Personenaufzug – auch Paternoster genannt.

Die folgenden Gleichungen wurden von Sunarjo und Meinhardt am Institut für Fördertechnik, Baumaschinen und Logistik der Technischen Universität Dresden herausgearbeitet und in [MeiSun2007] veröffentlicht.

$$N_s = \rho + \frac{\rho}{2(1-\rho)} \quad - \text{ mittlere Anzahl der Forderungen im System,}$$

$$N_w = N_s - \rho = \frac{\rho}{2(1-\rho)} \quad - \text{ mittlere Anzahl der Forderungen im Warteraum,}$$

$$t_s = \frac{N_s}{\lambda} = \frac{(3-2\rho)}{2\mu(1-\rho)} \quad - \text{ mittlere Verweilzeit der Forderungen im System,}$$

$$t_w = \frac{N_w}{\lambda} = \frac{1}{2\mu(1-\rho)} \quad - \text{ mittlere Zeit der Forderungen im Warteraum.}$$

2.1.4 Zusammenführung mit absoluter Vorfahrt

Zusammenführungen in Materialflusssystemen führen mehrere separate Gutströme zu einem gemeinsamen Strom zusammen. Eine technische Zusammenführung kann die ankommenden Güter der verschiedenen Ströme nur nacheinander bearbeiten und benötigt deshalb eine Abfertigungsstrategie. Zusammenführungen können nach [Arnold2004] entsprechend ihrer Abfertigungsstrategie unterschieden werden in

- Abfertigung ohne Prioritäten,
- Abfertigung mit eingeschränkter Vorfahrt,
- Abfertigung mit absoluter Vorfahrt.

Eine Abfertigung ohne Prioritäten arbeitet nach der FCFS-Regel oder mit einem festen Verhältnis zwischen den eintreffenden Gutströmen. Die Abfertigung mit eingeschränkter Vorfahrt bevorzugt immer die wartenden Güter des Hauptstromes gegenüber dem wartenden Nebenstrom. Bei einer Abfertigung mit absoluter Vorfahrt darf die Abfertigung des Nebenstroms den Fluss des

Hauptstromes nicht beeinträchtigen. Die Güter des Nebenstroms erhalten die Freigabe nur bei hinreichend großen Zeitlücken im Hauptstrom.

Das Modell einer Zusammenführung mit absoluter Vorfahrt kann auch auf den Einschleusvorgang an einem Sorter übertragen werden. Der Verteilförderer im Sortersystem fährt ständig an den Einschleusungen vorbei. Auf dem Verteilförderer befinden sich belegte und freie Plätze. Das Gut einer Einschleusung muss sich in den Gutstrom auf dem Verteilförderer einordnen, ohne ihn anzuhalten. Der Gutstrom auf dem Verteilförderer besitzt absolute Vorfahrt gegenüber dem Gutstrom der Einschleusung. Für die Einschleusung stehen nur die Lücken im Hauptstrom zur Verfügung. Für die Betrachtung der Lücken im Hauptstrom ist der Unterschied zwischen einer freien Belegung und einer Einzelplatzbelegung auf dem Verteilförderer zu beachten. Die Lücken bei einer freien Belegung können auch kleiner sein als der für die Einschleusung notwendige Freiraum. Bei einer Einzelplatzbelegung bedeutet jede Lücke auch Platz für mindestens ein Einschleusungsgut.

Die Auswirkungen der Lückenentstehung und -belegung auf die Grenzleistungen und Staueffekte von Zusammenführungen mit absoluter Vorfahrt wurden in [Gudehus1976] analysiert. Nachfolgend werden einige Berechnungsgesetze daraus vorgestellt.

Mit den Randbedingungen

- absolute Vorfahrt für Hauptstrecke,
- modifizierte Exponentialverteilung der Zwischenankunftsabstände,
- Hauptstrecke mit Index 1, Nebenstrecke mit Index 2

definiert Gudehus das Allgemeine Grenzleistungsgesetz

$$\lambda_2 \leq \lambda_1 E(k)$$

mit $E(k)$ als die mittlere Anzahl der Elemente im Nebenstrom je Zeitlücke im Hauptstrom. Die Anzahl der Zeitlücken im Hauptstrom ist gleich der Anzahl Elemente im Hauptstrom.

Allgemein ergibt sich $E(k)$ aus der Summe der einzelnen Wahrscheinlichkeiten von k

$$E(k) = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k .$$

Gudehus zeigt für $E(k)$ die geschlossene Berechnungsformel

$$E(k) = k_0 + e^{-\beta} \frac{e^{-k_0 \alpha}}{e^{\alpha} - 1}$$

mit den Vereinbarungen für k_0 , α und β :

$$k_0 = \frac{T_{01} - (\Delta t_1 + t_s)}{\Delta t_2}$$

$$\alpha = \frac{\lambda_1 \gamma_1}{(\gamma_1 - \lambda_1) \gamma_2}$$

$$\beta = \alpha \gamma_2 (t_s + \Delta t_1 - T_{01})$$

wobei

$k_0 =$ Mindestanzahl Elemente der Nebenstrecke in jeder Zeitlücke im Hauptstrom,

$T_{01} =$ Mindestabstand der Elemente in der Hauptrichtung,

$t_1 =$ Durchfahrzeit in der Hauptrichtung,

$t_2 =$ Durchfahrzeit in der Nebenrichtung,

$t_s =$ Summe der Schaltzeit von Hauptrichtung auf Nebenrichtung und zurück,

$\lambda_1 =$ Ankunftsrate in der Hauptrichtung,

$\lambda_2 =$ Ankunftsrate in der Nebenrichtung,

$\gamma_1 =$ partieller Grenzdurchsatz in der ungestörten Hauptrichtung,

$\gamma_2 =$ partieller Grenzdurchsatz in der ungestörten Nebenrichtung,

$\gamma_G =$ echter Grenzdurchsatz in belasteter Nebenrichtung.

Für viele praktische Systeme, so auch für den Einschleusvorgang an einem Sorter, gilt oft die Vereinfachung $k_0 = 0$ und $T_{01} = \Delta t_1$.

Für die mittlere Lücke im Hauptstrom folgt

$$E(k) = \frac{e^{-\beta}}{e^\alpha - 1}$$

sowie für das Grenzleistungsgesetz

$$\lambda_2 \leq \lambda_1 E(k)$$

bzw.

$$\lambda_2 \leq \gamma_G = \lambda_1 \cdot E(k)$$

als echter Grenzdurchsatz in belasteter Nebenrichtung.

Neben der Grenzleistung einer Zusammenführung sind Aussagen über Warteschlangen und Wartezeiten im Nebenstrom gleichfalls interessant. Gudehus liefert auch dafür eine analytische Betrachtung.

Die mittlere Wartezeit eines Gutes in erster Position vor Hauptrichtung ist gegeben durch die Differenz der Reziproken von Durchsatz in belasteter Nebenrichtung und Durchsatz in der ungestörten Nebenrichtung

$$\bar{t}_w = \frac{1}{\gamma_G} - \frac{1}{\gamma_2}$$

und für die Auslastung der ersten Position gilt

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\gamma_G}.$$

Aus bekannten Beziehungen für das M/G/1-Modell bestimmt Gudehus die mittlere Warteschlangenlänge inklusive erster Position vor der Zusammenführung

$$\overline{N_2^*} = \frac{\rho_2}{1-\rho_2} * (1-f * \rho_2)$$

und ohne Zählung der ersten Position

$$\overline{N_2} = \frac{\rho_2^2}{1-\rho_2} * (1-f)$$

sowie die mittlere Gleichgewichtswartezeit

$$\overline{W} = \overline{t_w} + \frac{\overline{N_2}}{\lambda_2} = \overline{t_w} + \frac{\rho_2}{1-\rho_2} * \frac{1-f}{\gamma_G}$$

der Güter im Nebenstrom.

Eine nicht zu unterschätzende Schwierigkeit bei der analytischen Betrachtung liegt in der Bestimmung des Variationskennwertes f des Systems mit hinreichender Genauigkeit. Gudehus verwendet den von ihm für das G/G/1-Modell entwickelten Näherungsansatz

$$f = \frac{k-1}{2k} + \frac{l-1}{2l}$$

für die Verknüpfung der Variationskonstanten k des Nebenstromes mit der Variationskonstanten l der Bedienung.

Für einen modifizierten Poisson-Nebenstrom wird die Variationskonstante k beschrieben durch die Beziehung.

$$k = \left(\frac{1}{1 - \frac{\lambda_2}{\gamma_2}} \right)^2$$

Die Variationskonstante l der Bedienung für einen reinen Poissonstrom kann bei absoluter Vorfahrt näherungsweise mit der Berechnungsformel

$$\frac{1}{l} = \left(\frac{\gamma_G}{\lambda_1} \right)^2 * \left(e^{2*\lambda_1/\gamma_2} - 2 * \frac{\lambda_1}{\gamma_2} * e^{\lambda_1/\gamma_2} - 1 \right)$$

bestimmt werden.

Gudehus gibt an, dass die Näherung mit hinreichender Genauigkeit genügt, da der Einfluss der Variationskonstante l über den Variationskennwert f auf die mittlere Warteschlangenlänge sehr gering ist.

Im Rahmen des Forschungsprojekts durchgeführte Simulationsexperimente mit einem Sorter-Modell zeigten jedoch z. T. erhebliche Unterschiede im theoretischen und experimentellen Wert für die Variationskonstante l und damit auch für den Wert der Warteschlangenlänge.

Außerdem treten zwischen verschiedenen technischen Konfiguration des Sorters, die im theoretischen Ansatz von Gudehus nicht hinreichend berücksichtigt werden können, bei gleichen Belastungsverhältnissen im Einschleusbereich deutliche Schwankungen für die Variationskonstante auf. Das gilt insbesondere für Einschleuslinien mit Einschleusabstand.

Da der theoretischen Ansatz von Gudehus für eine hinreichend genaue Näherung des Systemverhaltens im betrachteten Anwendungsfall nicht genügt, konnte der vorgestellte Ansatz für Zusammenführungen mit absoluter Vorfahrt zur Berechnung für den Einschleusbereich bei Sortern nicht verwendet werden.

2.2 Logistische Kennlinien

Eine weitere Variante für die Modellierung von Produktions- und logistischen Systemen stellen Nyhuis und Wiendahl in [NyWien1999] mit der Kennlinientheorie vor. Die Kennlinientheorie wurde für eine Anwendung in Produktionssystemen entwickelt. Die Autoren verweisen aber ausdrücklich auf eine Übertragbarkeit der Vorgehensweise und prinzipiellen Erkenntnisse auf Transportsysteme und Lagersysteme. Die Kennlinientheorie beschreibt die Zusammenhänge von Bestand und Durchlaufzeit sowie von Bestand und Leistung in produktionslogistischen Systemen. Die Kernaussage der Theorie besagt, dass diese Zusammenhänge in allen produktionslogistischen Systemen auf der Basis einer Kennlinie gleicher mathematischer Form abgebildet werden können.

Die Grundform der Leistungskennlinie leitet sich aus der C_{Norm} - Funktion $|x|^c + |y|^c = 1$ durch mehrfache Funktionstransformation ab. Im Ergebnis der Transformation entsteht die Parametergleichung:

$$\begin{aligned} x &= x_1 \left(1 - \sqrt[c]{1 - t^c} \right) + \alpha_1 \cdot x_1 \cdot t \\ y &= y_1 \left(1 - \sqrt[c]{1 - t^c} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Die Formparameter der Leistungskennlinie können aus der Simulation oder der Realdatenbetrachtung des jeweiligen Systems gewonnen werden. Die Kennlinien für die Zeitgrößen Bestandsreichweite und Durchlaufzeit können dann aus der Leistungskennlinie bestimmt werden.

Weiterhin werden aus der Kennlinientheorie allgemeingültige Zusammenhänge in Form von produktionslogistischen Grundgesetzen formuliert. Die Autoren beschreiben in diesen Grundgesetzen qualitative Zusammenhänge und Beeinflussungsmöglichkeiten wichtiger logistischer Zielgrößen.

Die von den Autoren vorgeschlagene Übertragung der Kennlinientheorie von Produktionssystemen auf Transportsysteme setzt qualitativ gleiche Zusammenhänge von Bestand und Durchlaufzeit sowie von Bestand und Leistung in beiden Systemklassen voraus. In stark fahrzeugbasierten Transportsystemen kann eine Analogie zwischen Fahrzeugen und Arbeitsstationen entwickelt werden, welche eine Übertragung der Erkenntnisse ermöglichen kann. Der starke Einfluss einer Transportsteuerung auf die Leistung eines Transportsystems schwächt jedoch die Übertragbarkeit. Weiterhin können insbesondere in stark vermaschten Systemen bei hoher Belastung (Auftragsbestand) zusätzliche Leistungsverluste durch gegenseitige Blockierungen der Transportfahrzeuge entstehen.

Die mit der Kennlinientheorie formulierte Zusammenhang zwischen Bestand und Leistung gilt qualitativ auch für Sortersysteme. Mit wachsendem Bestand im System wächst die Sortierleistung erst linear, dann asymptotisch bis zu einem systemtechnisch determinierten Grenzwert. Dieser funktionale Verlauf kann in analoger Aussage auch aus der Bedientheorie gewonnen werden. Die bedientheoretischen Ansätze formulieren den Zusammenhang zwischen Auslastung und Warteschlange eines Systems. Die Auslastung hier korrespondiert mit der Leistung dort, die Warteschlange repräsentiert den Bestand im System. Die Durchlaufzeit entspricht der Verweilzeit im System.

Die Kennlinientheorie liefert mit der Leistungskennlinie einen approximativen Zusammenhang zwischen Bestand und Leistung, der an das untersuchte System genau angepasst ist. Somit müssen

bei strukturellen Änderungen im System oder beim Wechsel der Steuerungsparameter des untersuchten Systems die Parameter der Leistungskennlinie neu bestimmt werden. Das Kennlinienmodell liefert damit keine Aussage über die inneren Systemzusammenhänge bzw. Wirkungsursachen.

Sortersysteme besitzen eine Vielzahl struktureller und steuerungstechnischer Parameter, z. B.:

- Anzahl und Anordnung der Einschleusungen,
- Anzahl und Anordnung der Ausschleusungen,
- Einschleusabstand,
- Ausschleusabstand,
- Leerschalenzuweisungsstrategie,

Aus der freien Kombination dieser Parameter ergeben sich große Anzahl verschiedener Systeme, deren Systemleistung durch jeweils separate Kennlinien beschrieben werden müsste. Für allgemeine Aussagen über funktionale Zusammenhänge zwischen Sorterparametern und Sorterleistung ist die Kennlinientheorie daher nur gering geeignet.

2.3 Polynome

Das Systemverhalten von Materialflusskomponenten wird bestimmt durch Einflussparameter. Sie sind die Steuergrößen des Systems.

Das Systemverhalten wird charakterisiert durch Kenngrößen. Sie sind die Beobachtungswerte für das System.

Der Wirkungszusammenhang zwischen Einflussparametern und Kenngrößen kann nur für einige spezielle Materialflusskomponenten durch analytische Ansätze, z.B. die Bedienungstheorie, angegeben werden, für allgemeine Materialflusskomponenten steht nur der Weg über Experimente, am Modell oder am realen System, zur Verfügung. Für jeden Einflussparameter wird ein praktisch relevanter Wertebereich vorgegeben. Die Einflussparameter spannen zusammen einen Parameterraum mit den möglichen Konstellationen auf. Jedem Punkt in diesem Parameterraum können durch Experiment Werte der Kenngrößen zugeordnet werden. Eine Wirkungsfläche entsteht, deren Dimension von der Anzahl der Einflussparameter abhängig ist.

Die Wirkungsflächen von Materialflusskomponenten sind stetig und ohne Polstellen und Lücken. Die Wirkungsflächen können somit mathematisch durch rationale Funktionsgleichungen, Polynome, näherungsweise beschrieben werden. Die Polynome ordnen einer bestimmten Kombination der Einflussparameter den Wert einer Kenngröße zu. Für jede Kenngröße des Systems ist ein eigenes Polynome als Näherung aufzustellen.

Ein Polynom für eine Kenngröße z mit N Einflussparametern besitzt die allgemeine Form

$$z = p(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K c_k \prod_{n=1}^N x_n^{e_{k,n}} \quad (9)$$

wobei die c_k die Koeffizienten der Polynomglieder bezeichnen. Die Exponenten der Einflussparameter sind ganzzahlig.

Die Näherung über Polynome wird in [Schulze2000] als geeigneter Ansatz für Wirkungsflächen von Materialflusskomponenten und Materialflusssysteme beschrieben. Ein Verfahren zur Anpassung von Polynomen an beliebige Wirkungsflächen, die als Datensatz vorliegen, wurde entwickelt. Die Exponenten der Einflussparameter werden in einem Optimierungsverfahren mit Genetischem Algorithmus ermittelt. Die Anpassung der Koeffizienten der Polynomglieder erfolgt nach der Methode der kleinsten Abstandsquadrate. Das in [Schulze2000] vorgestellte Programm Approx

liefert die Koeffizienten und Exponenten des Näherungspolynoms mit Angabe der Näherungsgüte an den Datensatz der Wirkungsfläche. Das Programm wählt bei einem vorgegebenen Ordnungsgrad des Polynoms die Exponenten-Kombinationen aus, deren Zusammenstellung bei geringstem Umfang die beste Anpassung an den Datensatz liefern.

Zu beachten ist, dass das ermittelte Polynom als Näherung nur für den Wertebereich der Einflussparameter gilt, der als Datenbasis vorliegt und für die Berechnung verwendet wurde. Zu den Bereichen außerhalb des untersuchten Parameterraumes kann das Polynom keine Aussage zur Näherung liefern. Der Parameterraum muss mit hinreichender Auflösung abgedeckt werden. Die Anzahl der Stützstellen bestimmt auch die Genauigkeit der Näherung.

3 Analyse des Einschleusbereichs

3.1 Einführende Betrachtungen

Die Zuführung von Gütern auf den Verteilförderer erfolgt über Einschleuslinien. Bei Sortern in Ringstruktur sind die Einschleuslinien im spitzen Winkel seitlich vom Verteilförderer angeordnet. Die Geschwindigkeitskomponente der Einschleusung, die in Transportrichtung des Sorters wirkt, entspricht der Transportgeschwindigkeit des Verteilförderers. Die resultierende Geschwindigkeit der Zuführung liegt damit über dieser Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Anordnungswinkel.

Vor der unmittelbaren Einschleusung müssen die Güter vereinzelt, ausgerichtet und identifiziert werden. Aus dem notwendigen Zusammenwirken der technischen und steuerungstechnischen Teilsysteme einer Einschleusung ergeben sich die Leistungsgrenzen für den Einschleusvorgang. Insbesondere bei Hochleistungssortern genügt eine Einschleuslinie nicht für die Versorgung des Verteilförderers. Leistungsgrenzen von vollautomatisierten Einschleusungen werden in [Hirsch2004] mit 3.000 – 6.000 Stück pro Stunde angegeben. Die Leistung von teilautomatisierten und manuellen Einschleuslinien liegt noch darunter. Die Nennleistung von Hochleistungssortern kann Werte von über 12.000 Stück pro Stunde erreichen. Für eine vollständige Ausnutzung der Sorternennleistung werden deshalb mehrere Einschleuslinien parallel angeordnet. Sie bilden zusammen einen Einschleusbereich. Der Einschleusbereich sollte in der Anzahl der Einschleuslinien so dimensioniert sein, dass alle Transportplätze auf dem Verteilförderer erreicht werden können.

Die parallelen Einschleuslinien beeinflussen sich aber gegenseitig in ihrer Leistung, da sie gleichzeitig auf den Bestand an freien Transportplätzen zugreifen. Das Problem einer Mehrfachbelegung eines Transportplatzes wird dadurch gelöst, dass vor der Durchführung des technischen Einschleusvorganges die Einschleusung im Rahmen des Leerplatz-Zuweisungsverfahrens einen freien Transportplatz reservieren muss.

Verluste in der Sortierleistung des Gesamtsystems können entstehen, wenn die Leistung des Einschleusbereichs geringer ist als die Transportleistung des Sorters zum gleichen Zeitpunkt. So besteht bei einem ungünstig parametrierten Leerplatz-Zuweisungsverfahren das Problem, dass freie Transportplätze nach dem Einschleusbereich auf dem Sorter verbleiben, obwohl Güter zur Einschleusung bereit stehen.

Weiterhin kann die Entscheidung über die richtige Dimensionierung des Einschleusbereiches nicht als binäre Aussage gegeben werden, sondern sie steht im Zusammenhang mit den an den Einschleuslinien auftretenden und akzeptierbaren Warteschlangenlängen. Systembelastungen, die zu einer längerfristigen Überschreitung der vorgesehenen Warteraumgröße führen, sind im praktischen Betrieb eines Materialflusssystemes nicht akzeptierbar. Die Bestimmung der entsprechenden Warteraumgröße für eine bestimmte Systembelastung ist ein entscheidender Schlüssel für die richtige Dimensionierung von Materialflusssystemen. Ein Schwerpunkt der Untersuchungen im

Forschungsprojekt stellte deshalb die Analyse der Warteschlangenlängen im Einschleusbereich eines Sorters dar.

3.2 Leerplatz-Zuweisungsverfahren

Die parallelen Einschleuslinien konkurrieren mit ihren Anforderungen zur Reservierung von freien Transportplätzen. Eine Platzvergabe in der Reihenfolge der Ankunft der Packstücke an den Übergabepunkten der Einschleusungen bevorzugt die Einschleuslinien, die, in Transportrichtung des Sorters gesehen, an den ersten Positionen liegen. In Folge dessen entsteht, auch bei gleicher Last an den Linien, eine ungleiche Bedienrate und eine stark asymmetrische Ausprägung der Warteschlangen im Einschleusbereich. Im Interesse einer gleichwertigen Bedienung der Einschleusung und einer maximalen Auslastung der gegebenen Transportkapazität ist ein Ausgleich zwischen den Einschleuslinien erforderlich. Der Ausgleich erfolgt durch eine gesteuerte Zuweisung der freien Plätze an die Einschleuslinien, durch ein Leerplatz-Zuweisungsverfahren.

Für die Realisierung der Zuweisung existieren verschiedene Strategien:

- Stochastische Zuweisung [JoHo2006]:

Die Zuweisung erfolgt in der Reihenfolge der Ankunft an den Einschleusungen (FCFS). Diesem Verfahren liegt kein expliziter Steuerungsalgorithmus zugrunde. Es ist wegen seiner ungünstigen dynamischen Eigenschaften nur geeignet für Sorter mit geringer Systemlast und bei Einschleusbereichen mit wenigen Einschleuslinien.

- Statische [Beumer1993] oder serielle [JoHo2006] Zuweisung:

Die Zuweisungen an den Einschleusungen erfolgen in konstanten Abständen und werden dementsprechend im konstanten Zyklus reihum durchgeführt. Der Belegungszustand der Linie zum Zuweisungszeitpunkt findet dabei keine Berücksichtigung. Die einzelnen Anteile der Einschleuslinien werden aus der Anzahl der Linien abgeleitet (Gleichverteilung) oder aus bekannten Lastannahmen für die Einschleusung bestimmt.

- Dynamische [Beumer1993] oder flexible [JoHo2006] Zuweisung:

Die Zuweisungen an den Einschleusungen erfolgen in variablen Abständen und werden dementsprechend im Zyklus reihum durchgeführt. Die Abstände werden dynamisch aus den aktuellen Lastannahmen (Lastanteil zur Gesamtlast im Einschleusbereich) und dem Arbeitsstatus (aktiv oder ruhend) bestimmt. Der Belegungszustand der Linie zum Zuweisungszeitpunkt findet bei diesem Verfahren Berücksichtigung. Das Verfahren setzt die Kenntnis der Lastverteilung im betrachteten Einschleusbereich voraus.

- Referenzpunktverfahren [Beumer1993]:

Auf dem Verteilförderer existiert ein zentraler Zuweisungspunkt, vor allen Einschleuspunkten angeordnet. Die Bedarfsmeldung einer Einschleuslinie erfolgt am Referenzpunkt der Linie. Durch die individuelle, entfernungsgestaffelte Anordnung der Referenzpunkte wird für jede Einschleuslinie die gleiche Laufzeit zwischen dem zentralen Zuweisungspunkt und den individuellen Einschleuspunkten erreicht. Die Reihenfolge der Zuweisung der Bedarfsmeldungen zu freien Plätzen am zentralen Zuweisungspunkt wird analog zur dynamischen Zuweisung gesteuert.

Das statische und das dynamische Zuweisungsverfahren besitzen durch ihren Algorithmus bedingt das Problem, dass freie Transportplätze nach dem Einschleusbereich auf dem Sorter verbleiben können, obwohl Güter zur Einschleusung bereit stehen. Verfügbare Transportkapazität kann durch ein ungünstig parametrisiertes Zuweisungsverfahren nicht genutzt werden.

Im Vergleich der oben genannten Verfahren zeigt Beumer, dass das von ihm entwickelte Referenzpunktverfahren sehr gut für die Steuerung der Leerplatzzuweisung geeignet ist. Das

$$E[N_{w,M/D'1}] = \frac{\rho}{2(1-\rho)} \quad (10)$$

Die so ermittelte Warteschlange gilt für den Einschleusbereich als Summe der Einschleuslinien. Die Auslastung des Einschleusbereichs wird aus dem Verhältnis der Summe der Linienbelastungen zur Transportnennleistung des Sorters ermittelt. Diese Warteschlange teilt sich dann auf die einzelnen Einschleuslinien entsprechend ihrer Anteile an der Gesamtlast auf. In Simulationsexperimenten konnte dieser Zusammenhang bestätigt werden.

Die folgende Abbildung zeigt die Entwicklung der Warteschlangenlänge auf der Basis von Gleichung 10 in Abhängigkeit von der Auslastung des Einschleusbereichs und dem Lastanteil der Einschleuslinie.

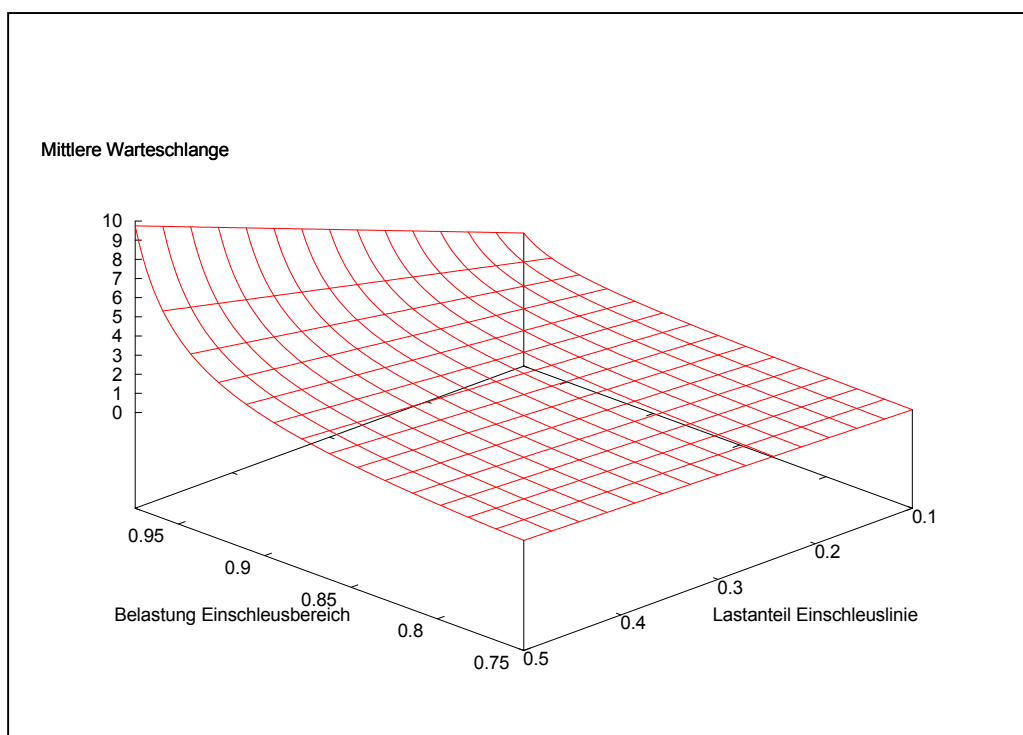


Abbildung 2: Mittlere Warteschlangenlänge

3.4 Einschleusabstand

Die Leistungsgrenze für den Einschleusvorgang bedeutet, dass eine einzelne Einschleusung nicht alle Transportplätze eines leeren Verteilförderers erreichen kann. Im praktischen Betrieb erfordert der Einschleusprozess eine bestimmte Zeitspanne. Der ankommende Gutstrom wird vereinzelt. Die Transportgüter sind auf Übergabegeschwindigkeit zu beschleunigen. Die dafür notwendige Zeitspanne hängt von der konkreten technischen Realisierung der Einschleusung ab. Zwischen zwei aufeinander folgenden Guteinschleusungen entsteht somit ein Mindestzeitabstand. Wenn dieser Abstand größer ist als der zeitliche Einzelplatzabstand auf dem Verteilförderer, dann kann die Einschleusung nicht alle Transportplätze erreichen, die Einschleusung arbeitet mit einem Einschleusabstand. Für die Güter, die auf einer Einschleuslinie ankommen, ergibt sich somit ein technisch bedingter Abstand zwischen zwei Einschleusungen, der größer ist als die Sorterteilung.

Neben der Leistungsbegrenzung auf einen Teil der Sorternennleistung bedeutet der Einschleusabstand auch eine veränderte Charakteristik der Warteschlangenentwicklung an der Einschleuslinie. Die Wartezeit eines ankommenden Gutes hängt nicht nur von der Auslastung des Verteilförderers

ab, sondern auch von der konkreten Abfolge der letzten Zuweisungen. Eine vorangegangene Zuweisung auf der gleichen Einschleuslinie erhöht die Wartezeit für die nächste Einschleusung.

Die Berücksichtigung eines Einschleusabstands bei der Betrachtung der Einschleusleistung stellt eine Erweiterung des Einschleusmodells gegenüber den Arbeiten [Beumer1993] und [Radtke2000] dar. Bei gleicher Einschleuslast wächst die Warteschlange an den Einschleuslinien mit zunehmendem Einschleusabstand.

Der vorgestellte Berechnungsansatz für die mittleren Warteschlangen nach dem M/D'/1-Modell gilt nur bei einer Modellierung ohne Einschleusabstand. Simulationsexperimente haben gezeigt, dass bei einer Berücksichtigung des Einschleusabstands an den Linien die lastproportionale Aufteilung der Warteschlange des Einschleusbereichs auf die Einschleuslinien nicht mehr gilt.

Ein Ziel der Untersuchungen im Forschungsprojekt galt der Analyse der Warteschlangenlängen im Zusammenhang mit der Auslastung und dem Einschleusabstand des Einschleusbereichs.

Da die analytische Modellierung mit der Bedienungstheorie hier an Grenzen stößt, ergab sich die Notwendigkeit für einen anderen Zugang für die Bestimmung der mittleren Warteschlange an den Einschleuslinien. Für die weitere Untersuchung wurde auf die ereignisdiskrete Simulation und die Näherung mit Polynomen zurückgegriffen.

3.5 Simulationsexperimente

Für die Analyse der Wirkungszusammenhänge für den Einschleusbereich wird weiterhin das Modell eines M/D'/1-Bediensystems verwendet. Die mittlere Warteschlange in einem Bediensystem steht in einem direkten Zusammenhang zur Auslastung des Bediensystems. Die Auslastung bestimmt sich aus dem Verhältnis von Ankunftsrate zu Bedienrate im System.

Aus den Ankunftsrate der einzelnen Einschleuslinien, die als bekannte Werte vorausgesetzt werden, ergeben sich die Gesamtbelastung des Einschleusbereichs und die Belastungsanteile der Einschleuslinie. Die Erhöhung des Einschleusabstandes führt zu einer Zunahme der mittleren Bedienzeit und damit zu einer stärkeren Auslastung der Einschleuslinie, wobei der genaue Zusammenhang analytisch nicht bestimmt werden kann.

Systematische Simulationsexperimente wurden mit dem Ziel durchgeführt, einen Zusammenhang zwischen der Kenngröße Auslastungswert ρ_E einer Einschleuslinie und den Einflussparametern Einschleusabstand, Gesamtbelastung und Lastanteil aufzuzeigen. Die sich aus den Simulationsergebnissen ergebende Wirkungsfläche sollte in einem zweiten Schritt durch ein Polynom in einer allgemeinen, parametrischen Darstellungsform als Näherung beschrieben werden.

Aus dem neuen, genäherten Auslastungswert ρ_E kann dann die entsprechende mittlere Warteschlange über die oben genannte Gleichung 10 für beliebige Konfigurationen der Einflussparameter ermittelt werden.

Da die Näherung nur für Konfigurationen innerhalb des untersuchten Parameterraumes gilt, wurden die Einflussparameter über sehr großen Wertebereiche verändert. Der untersuchte Parameterraum deckt damit den praktisch interessanten Bereich nahezu komplett ab.

Für die Datengewinnung wurden drei Experimentserien mit den Einschleusabständen 2, 3 und 4 durchgeführt. Für die Gesamtauslastung im Einschleusbereich wurden Werte von 33% bis 95% gewählt, soweit dies für die einzelne Einschleuslinie möglich war. Für den Einschleusbereich wurden verschiedene Konfigurationen mit unterschiedlichen spezifischen Lastanteilen an den Einschleuslinien gewählt.

Die Abbildung 3 zeigt gibt einen Überblick über die durchgeführten Experimente mit den zugehörigen Einflussparametern. Jeder Punkt im Diagramm repräsentiert ein Experiment mit 2000 Stunden Simulationszeit. In jedem Experiment wird ein Datenwert für die Linienauslastung ρ_E ermittelt. Die Parameterkombinationen von hohen Lastanteilen mit hohen Belastungen führen mit zunehmendem Einschleusabstand zu sehr hohen Linienbelastungen und konnten deshalb im Experiment nur teilweise umgesetzt werden.

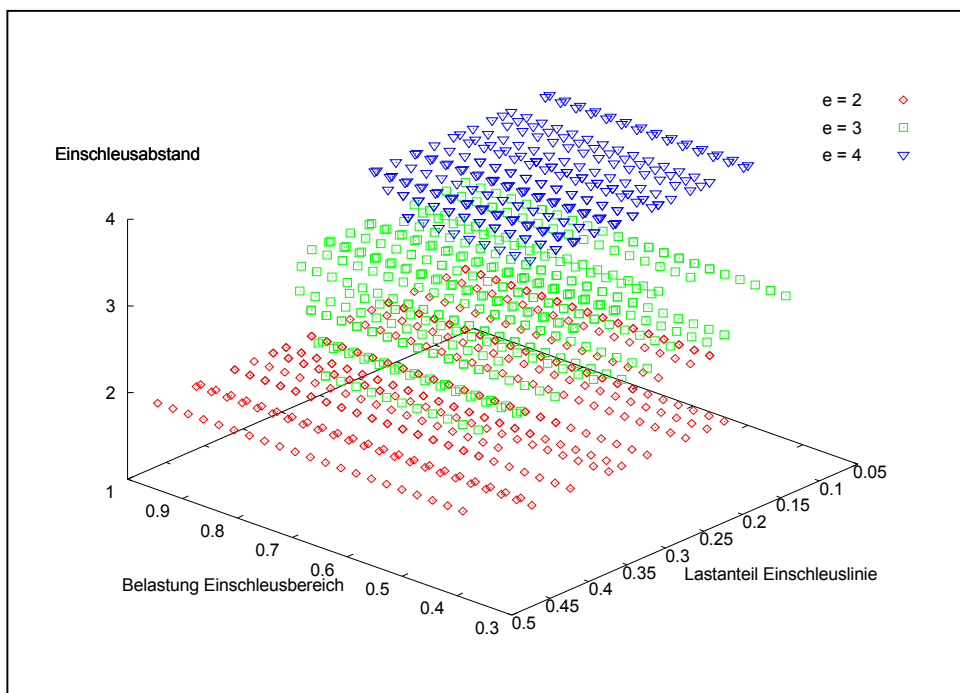


Abbildung 3: Parameterraum Simulation Einschleusabstand

3.6 Näherung für die Warteschlangenlänge

Für die Näherung der Kenngröße Auslastungswert ρ_E wird auf das in [Schulze2000] vorgestellte Näherungsverfahren mit Polynomen zurückgegriffen. Das Verfahren liefert für beliebige Wirkungsflächen, die als Datensatz vorliegen, die Exponenten und Koeffizienten eines Näherungspolynoms. Das Näherungspolynom spiegelt innerhalb des betrachteten Wertebereichs den allgemeinen Wirkungszusammenhang zwischen Einflussparametern und Kenngröße in parametrisierter Form wieder.

Für jeden der drei Einschleusabstände ($e = 2$, $e = 3$ und $e = 4$) wurde ein eigenes Näherungspolynom ermittelt. Die Anzahl der Polynomglieder und der Grad der Exponenten wurde in mehreren Testläufen manuell verändert mit dem Ziel, bei möglichst geringer Anzahl und Grad eine hinreichende Genauigkeit der Näherung zu erzielen. Als Ergebnis wurden für die Näherungen Polynome mit 6 Gliedern und Exponenten 2. Grades ausgewählt.

Das Programm *Approx* liefert die folgenden Näherungspolynome für den Linienauslastungswert ρ_E bei verschiedenen Einschleusabständen, wobei gilt

$$\rho_B = \text{Belastung des Einschleusbereichs,}$$

$$p_E = \text{Lastanteil der Einschleuslinie.}$$

Einschleusabstand $e = 2$:

$$\rho_E = -2,645 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E^2 - 0,209 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E + 3,561 \cdot \rho_B \cdot p_E^2 + 0,960 \cdot \rho_B - 0,584 \cdot p_E^2 + 0,05355$$

Einschleusabstand $e = 3$:

$$\rho_E = -2,685 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E + 2,123 \cdot \rho_B \cdot p_E^2 + 2,035 \cdot \rho_B \cdot p_E + 1,014 \cdot \rho_B - 0,475 \cdot p_E^2 + 0,0114$$

Einschleusabstand $e = 4$:

$$\rho_E = 4,955 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E^2 - 4,648 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E - 2,197 \cdot \rho_B \cdot p_E^2 + 3,509 \cdot \rho_B \cdot p_E + 1,014 \cdot \rho_B + 0,331 \cdot p_E$$

Die mittlere Warteschlangenlänge an einer Einschleuslinie kann auf der Basis des Lastanteils der Einschleuslinie und der Näherung für den Auslastungswert entsprechend dem Ansatz für das M/D'/1-Modell bestimmt werden.

$$q_E = p_E \cdot \frac{\rho_E}{2(1 - \rho_E)} \quad (11)$$

Nachfolgende Tabelle vergleicht exemplarisch einige Näherungswerte mit ihren Simulationsergebnissen.

Tabelle 1: Vergleich Simulationsergebnisse mit Näherung

Einschleusabstand	Belastung Einschleusbereich	Lastanteil Einschleuslinie	experimt. Auslastungswert ρ_E	approx. Auslastungswert ρ_E	experimt. Warteschlange	approx. Warteschlange
$e = 2$	94,5 %	35,0 %	95,1 %	94,65 %	3,4 St.	3,1 St.
$e = 3$	86,1 %	33,3 %	95,3 %	95,54 %	3,4 St.	3,6 St.
$e = 4$	75 %	30,0 %	96,7 %	96,76 %	4,4 St.	4,5 St.

Der Vergleich von Datensatz und Näherung zeigt in weiten Bereichen eine recht gute Übereinstimmung der Polynompunkte mit den Datenpunkten. Der maximale relative Fehler vergleicht die Näherungswerte für ρ_E mit den Simulationswerten und gibt den maximalen Wert des relativen Fehlers über alle Datenpunkte an. Der maximale absolute Fehler gibt die größte Differenz für die mittlere Warteschlange zwischen Simulation und Näherung an. Da die größten Warteschlangen bei Einschleusabstand $e = 4$ auftreten, ist hier trotz des geringeren relativen Fehlers der absolute Fehler am größten.

Tabelle 2: Näherungsfehler

Einschleusabstand	maximaler relativer Fehler	maximaler absoluter Fehler
$e = 2$	2,0 %	3,0 St.
$e = 3$	2,2 %	2,8 St.
$e = 4$	1,6 %	4,2 St.

Die Warteschlangenlänge mit Einschleusabstand $e = 2$ zeigt in Bereichen hoher Linienbelastung erwartungsgemäß eine große Abweichung zur Warteschlangenlänge ohne Einschleusabstand, die in

Abbildung 4 mit blauem Gitter hinterlegt ist. Dieser Effekt verstärkt sich bei zunehmendem Einschleusabstand.

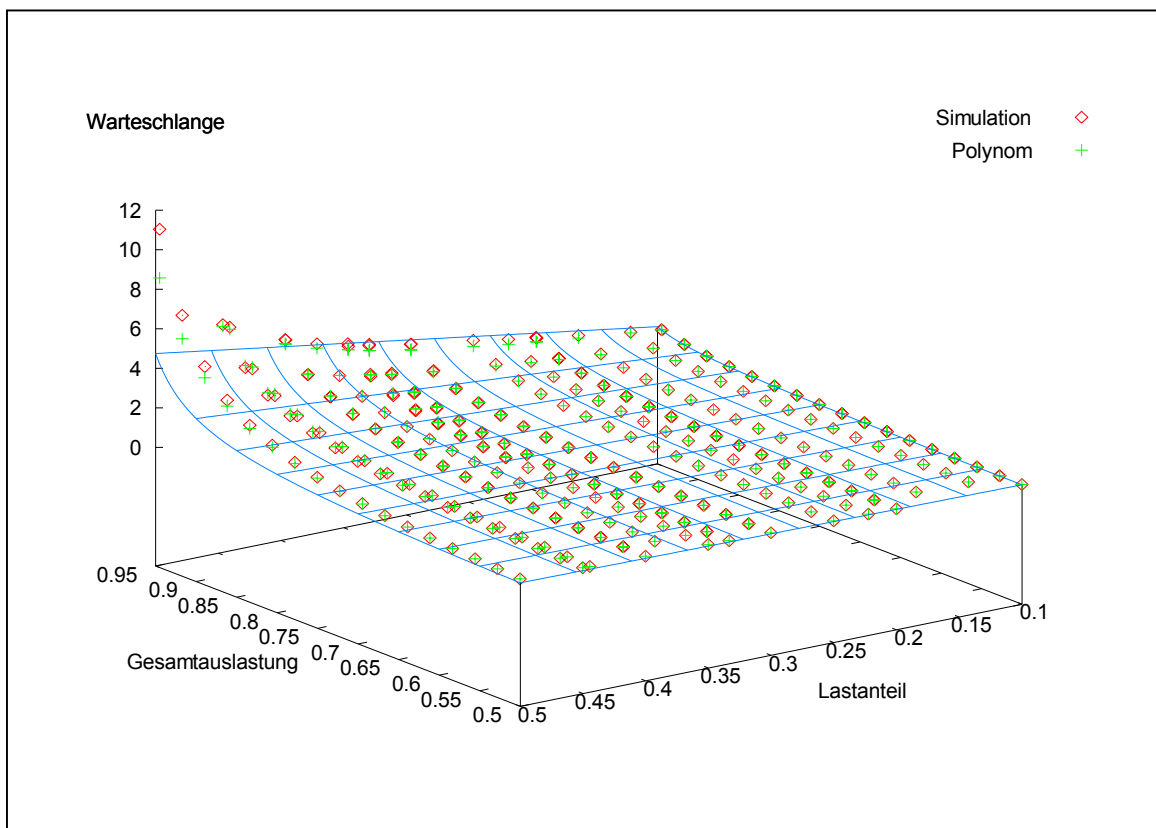


Abbildung 4: Vergleich Simulation und Näherung für $e = 2$

Weitere Ergebnisse und Vergleiche von Simulation und Näherung sind im Anhang dargestellt.

3.7 Beispiel für die Warteschlangenlänge

An einem Beispiel sollen die Aussage und die Anwendung der oben genannten Näherungen diskutiert werden. Ein Sortersystem besitzt einen Einschleusbereich mit 4 parallelen Einschleuslinien. Die Leerschalenzuweisung erfolgt im Referenzpunktverfahren. Die Einschleusungen arbeiten mit einem Einschleusabstand $e = 3$, d.h. jede Einschleuslinie kann maximal jede dritte Schale des Sorters belegen. Die Transportnennleistung des Sorters beträgt 10.000 Stück pro Stunde.

In der ersten Kalkulation wird eine asymmetrische Lastverteilung auf die Linien angenommen, die am stärksten belastete Linie trägt 40% der Einschleuslast von 8.000 Stück pro Stunde.

Welche mittlere Warteschlangenlänge ist für diese Linie zu erwarten?

Der Auslastungswert der Linie wird über die Näherung für Einschleusabstand $e = 3$ bestimmt.

$$\rho_E = -2,685 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E + 2,123 \cdot \rho_B \cdot p_E^2 + 2,035 \cdot \rho_B \cdot p_E + 1,014 \cdot \rho_B - 0,475 \cdot p_E^2 + 0,0114$$

$$\rho_E = 98,2\% \text{ , wobei gilt}$$

$$\text{Belastung des Einschleusbereichs} \quad \rho_B = 80\% \text{ ,}$$

$$\text{Lastanteil der Einschleuslinie} \quad p_E = 0,4 \text{ .}$$

Mit dem ermittelten Auslastungswert $\rho_E = 98,2\%$ kann nun die mittlere Warteschlangenlänge berechnet werden.

$$q_E = p_E \cdot \frac{\rho_E}{2(1 - \rho_E)} , \quad q_E = 11 \text{ Stück.}$$

Eine prognostizierte mittlere Warteschlangenlänge von 11 Stück an einer Sortereinschleuslinie sollte in der Praxis nicht akzeptiert werden, da die maximale Warteschlangenlänge deutlich darüber liegt, und Stauwirkungen auf vorgelagerte Systembereiche zu erwarten sind.

Welche Veränderungsmöglichkeiten bestehen?

- (1) Ein besserer Lastausgleich zwischen den Einschleuslinien verringert den Lastanteil der betrachteten Einschleuslinie. Eine symmetrische Lastverteilung führt bei gleichen Randbedingungen zu einer deutlichen Reduzierung der Warteschlangenlänge:

Belastung des Einschleusbereichs $\rho_B = 80\%$,

Lastanteil der Einschleuslinie $p_E = 0,25$,

Auslastungswert $\rho_E = 87,5\%$,

mittlere Warteschlangenlänge $q_E = 0,88$ Stück.

- (2) Die asymmetrische Lastverteilung bleibt erhalten. Eine technische Verbesserung an den Einschleuslinien verringert den Einschleusabstand auf $e = 2$ Leerschalen und bringt eine erhebliche Reduzierung der Warteschlangenlänge.

$$\rho_E = -2,645 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E^2 - 0,209 \cdot \rho_B^2 \cdot p_E + 3,561 \cdot \rho_B \cdot p_E^2 + 0,960 \cdot \rho_B - 0,584 \cdot p_E^2 + 0,05355$$

Belastung des Einschleusbereichs $\rho_B = 80\%$,

Lastanteil der Einschleuslinie $p_E = 0,4$,

Auslastungswert $\rho_E = 85,8\%$,

mittlere Warteschlangenlänge $q_E = 1,2$ Stück.

Welche Reserven für Belastungssteigerung bestehen?

Ein Anstieg der Einschleuslast auf 9.000 Stück pro Stunde ($\rho_B = 90\%$) kann durch die Ausgangskonfiguration des Einschleusbereichs nicht realisiert werden.

- (1) Bei einer symmetrischen Lastverteilung im Einschleusbereich und einem Einschleusabstand $e = 3$ wächst die mittlere Warteschlange vor den Einschleusungen auf $q_E = 1,65$ Stück.
- (2) Die asymmetrische Lastverteilung bleibt erhalten, aber der Einschleusabstand wird auf $e = 2$ Leerschalen verringert. An der mit 40% Lastanteil am stärksten belastete Linie prägt sich eine Warteschlange mit einer mittleren Länge von $q_E = 2,5$ Stück aus.

Diese Aussagen zur Warteschlangenentwicklung im Einschleusbereich liefern Planern und Betreibern von Sortersystemen eine Unterstützung bei der Grenzleistungsberechnung und bei der Layoutgestaltung dieser Systeme.

4 Analyse des Ausschleusbereichs

4.1 Einführende Betrachtungen

Die Transportgüter werden auf dem Verteilförderer von den Einschleusungen zu den Endstellen transportiert. Dort verlassen sie den Verteilförderer, indem sie durch eine Mechanik auf die Fördertechnik der Endstelle ausgeschleust werden.

Ausschleusabstand

Der Ausschleusvorgang erfordert eine bestimmte Zeitspanne. Die Sensoren an der Endstelle müssen die korrekte Abförderung des Gutes bestätigen, bevor das nächste Gut an der gleiche Endstelle den Verteilförderer verlassen kann. Die notwendige Zeitspanne hängt von der technischen Realisierung der Ausschleusung ab. Zwischen zwei aufeinander folgenden Gutausschleusungen entsteht somit ein Mindestzeitabstand, nachfolgend als Ausschleusabstand bezeichnet. Befinden sich Transportgüter für die gleiche Endstelle in unmittelbarer Folge auf dem Verteilförderer, so kann Ausschleusvorgang dann nicht alle Güter erreichen, wenn der Ausschleusabstand an dieser Endstelle größer ist als der Einzelplatzabstand auf dem Verteilförderer. Einzelne Güter bleiben auf dem Verteilförderer und werden eine weitere Runde transportiert, bis sie erneut ihre Endstelle erreichen.

Aufgrund der Ringstruktur des Verteilförderers behindern diese zirkulierenden Güter das Einschleusen neuer Güter durch die Belegung von Transportplätzen. Die Transportkapazität des Sorters wird nicht effizient genutzt. Diese zirkulierenden Güter werden im weiteren als Rundläufer bezeichnet. Die Anzahl der Rundläufer steht in einem funktionalen Zusammenhang zur Anzahl der Endstellen und zum Ausschleusabstand. Nachfolgend werden Ansätze für die Abschätzung des Rundläuferanteils und des dadurch verursachten Verlusts an Transportkapazität diskutiert.

Endstellenüberbuchung

Die Überbuchung von Endstellen ist eine übliche Methode zur Steigerung der Sortierleistung des Gesamtsystems bei batch-orientierter Arbeitsweise in der zweistufigen Kommissionierung. Zur Vermeidung von Leerlauf in der Kommissionierung werden die Sortierbatches überlappend gestartet. Dadurch können Packstücke eines späteren Batch auf den Verteilförderer gelangen, bevor die zugeordneten Endstellen durch den vorigen Batch freigegeben wurden. Die Packstücke ohne Endstelle verbleiben bis zur Endstellenfreigabe auf dem Sorter und können dadurch die Einschleusung nachfolgender Packstücke behindern. Die Pufferfunktion des Verteilförderers wird ausgenutzt für eine schnellere Sortierung. Der Nachteil der Verringerung der Einschleusleistung wird in Kauf genommen für den Vorteil einer höheren Auslastung im Kommissionierbereich und einer Verstetigung der Versorgung der Endstellen. Die richtige Balancierung des Überlappungsanteils entscheidet über die Sortierleistung des Gesamtsystems.

Die richtige Balancierung und die Auswirkungen der Batch-Überlappung auf die Systemleistung unter Berücksichtigung der Sortierauftragseigenschaften wurde bereits umfangreich in [Radtko2000] untersucht. Aus diesem Grund wurden die Rundläufer dieser Art im Rahmen dieser Forschungsarbeit deshalb nicht weiter betrachtet.

Die Strategie der Batch-Überlappung mit Überbuchung von Endstellen beeinflusst aufgrund der Verringerung der Einschleusleistung durch Rundläufer ebenfalls die Warteschlangen im Einschleusbereich. Da der Schwerpunkt der Forschungsarbeit auf der Anwendung von Sortern zur zielorientierten Sortierung (z.B. Flughafengepäck) lag, wurde die Wechselwirkung dieser Rundläufer mit der Warteschlangenenentwicklung im Einschleusbereich nicht betrachtet.

4.2 Analytische Bestimmung der Rundläufer

Aus der Betrachtung des Ausschleusvorgangs ergibt sich, dass von einer Gruppe von Gütern, die sich auf unmittelbar nacheinanderfolgenden Transportplätzen befinden und das gleiche Sortierziel besitzen, nach der ersten Ausschleusung die Anzahl an Transportgütern auf dem Verteilförderer verbleibt, die dem Ausschleusabstand des Sortierziels entspricht. Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für aufeinanderfolgende Transportplätze mit gleichem Sortierziel bietet einen Zugang für die Bestimmung des Rundläuferanteils.

Die Anzahl der Sortierziele und die relativen Anteile der einzelnen Sortierziele zueinander bestimmen die Wahrscheinlichkeit für die Belegung eines Transportplatzes mit einem bestimmten Ziel. Der Ausschleusabstand bestimmt die Größe des Bereichs auf dem Verteilförderer, der für die Wahrscheinlichkeitsbetrachtung berücksichtigt werden muss.

Für die Abschätzung der Wahrscheinlichkeit werden nachfolgend zwei analytische Varianten vorgestellt.

In den Betrachtungen wird von einem stationären Zustand des Sortersystems ausgegangen. Auf dem Verteilförderer hat sich ein konstanter Anteil Rundläufer eingestellt. Der Sorter besitzt einen Einschleusbereich und einen Ausschleusbereich. Alle Sortierziele besitzen die gleiche Zuteilungswahrscheinlichkeit sowie den gleichen Ausschleusabstand für alle Transportgüter.

4.2.1 Binominalansatz

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Ausschleusung die nachfolgenden Transportgüter das gleiche Ziel besitzen, kann über einen kombinatorischen Ansatz abgeschätzt werden. Am folgenden Beispiel für eine Zielstelle mit 3 Plätzen Ausschleusabstand wird dieser Zusammenhang erläutert.

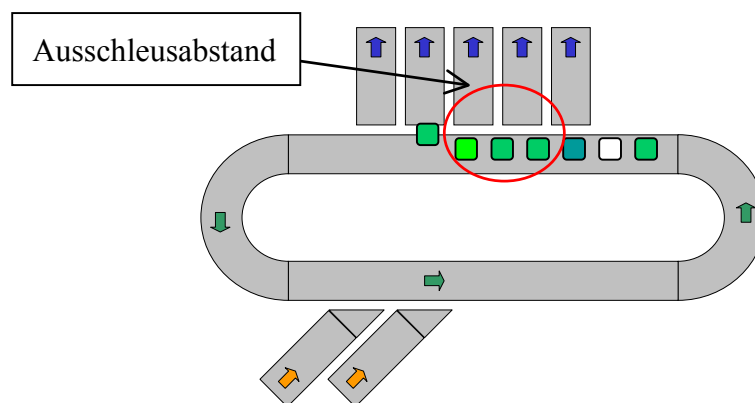


Abbildung 5: Skizze zum Ausschleusabstand

Bei drei nachfolgende Positionen ergeben sich folgende Möglichkeiten der Wiederholung von Ziel a für Position 0:

Tabelle 3: Ausschleuspositionen

Position 0	Position 1	Position 2	Position 3	Häufigkeit	Wahrscheinlichkeit
a	a	b	c	3 x	p^2
a	a	a	b	3 x	p^3
a	a	a	a	1 x	p^4

Daraus ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, dass das Gut auf der Position 0 nachfolgend einen Rundläufer verursacht, der Berechnungszusammenhang:

$$P_{m=3} = 3 \cdot p^2 + 3 \cdot p^3 \cdot (2 + 1) + 1 \cdot p^4 \cdot (3 + 2 + 1) \quad (12)$$

In diesem Ausdruck sind die Transportgüter mit mehreren Rundläufen bereits berücksichtigt.

Ausgehend von Gleichung 12 und der Formel für die Binomische Reihe (Newton/Euler)

$$(1 + x)^n = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} \cdot x^k$$

kann eine allgemeine Berechnung für die Rundläufer-Wahrscheinlichkeit

$$P_{RL}^0 = \sum_{k=1}^m p^{k+1} \cdot \left(\sum_{l=1}^k l \right) \cdot \binom{m}{k}$$

$$P_{RL}^0 = \frac{1}{2} m \cdot p^2 \cdot (1 + p)^{m-2} \cdot (2 + p + m \cdot p)$$

aufgestellt werden, wobei mit

- $k =$ Laufindex über die Anzahl beeinflusster Plätze,
- $m =$ Ausschleusabstand,
- $p =$ Zielwahrscheinlichkeit (1/Anzahl Ziele)

definiert sind.

Die Anzahl Rundläufer N_{RL} leitet sich über diese Wahrscheinlichkeit aus der Anzahl transportierter Güter N_{In} ab.

$$N_{RL} = N_{In} \cdot P_{RL}^0$$

Dieser Ansatz ist noch unvollständig, weil Rundläufer wiederum Rundläufer verursachen, jedoch mit einer anderen als der oben genannten Wahrscheinlichkeit. Für diese neue Wahrscheinlichkeit wurde nachfolgende Näherung ermittelt.

$$P_{RL}^1 = \frac{1}{(m \cdot 2^{m-1})} \cdot \sum_{k=1}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\sum_{l=1}^k P_{RL}^0 (m - l + 1) \right) \quad (13)$$

Der vollständige Ansatz

$$N_{RL} = (N_{In} - N_{RL}) \cdot P_{RL}^0 + N_{RL} \cdot P_{RL}^1 \quad (14)$$

$$\frac{N_{RL}}{N_{In}} = \frac{P_{RL}^0}{1 + P_{RL}^0(m) - P_{RL}^1}$$

wurde mit Simulationsergebnissen verglichen. Der Vergleich ergab einen relativen Fehler bis 10% für die Anzahl Rundläufer. Die Schwierigkeit in diesem Ansatz liegt in der Bestimmung der modifizierten Wahrscheinlichkeit P_{RL}^1 für die Rundläufer-Wahrscheinlichkeit der Rundläufer.

Aus diesem Grund wurde ein zweiter Berechnungsansatz erprobt, der nachfolgend vorgestellt wird.

4.2.2 Bilanzansatz

Eine Ausschleusung an einer Endstelle befindet sich bei Ankunft eines Transportgutes für diese Endstelle entweder im Zustand *abwurfbereit* oder im Zustand *blockiert*, wenn kurz zuvor ein Gut an dieser Endstelle ausgeschleust wurde. Ausgehend von einem Zustandsmodell für eine Ausschleusung kann für den Zustand *abwurfbereit* die Wahrscheinlichkeit $P(Z_0)$ angegeben werden.

Z_0 = Ausschleusung abwurfbereit

Z_k = Ausschleusung blockiert durch vorangegangene Ausschleusung, $k = 1 \dots m$

p = Übergangswahrscheinlichkeit für Z_0 nach Z_m , Zielwahrscheinlichkeit

Die Verknüpfung der Bilanz für Summe aller Zustandsübergänge

$$P(Z_0) + m \cdot P(Z_1) = 1$$

mit Zustandsgleichung für den Zustand Z_0

$$P(Z_0) = P(Z_1) + P(Z_0) \cdot (1 - p)$$

liefert die Wahrscheinlichkeit, dass ein ankommendes Transportgut eine abwurfbereite Ausschleusung antrifft.

$$P(Z_0) = \frac{1}{1 + m \cdot p} \quad (15)$$

Ausgehend vom stationären Zustand des Sorters können Bilanzgleichungen für die Transportströme auf dem Verteilförderer aufgestellt werden. Die folgenden Gleichungen bilanzieren beispielhaft die Transportströme für das Ziel A.

$$N_1 = N_1^A + N_1^0 \quad \text{- Bilanz nach der Einschleusung}$$

$$N_2 = N_2^A + N_2^0 = N_2^A + N_1^0 + N_A^0 \quad \text{- Bilanz nach der Ausschleusung}$$

$$N_A^0 = N_1^A \cdot P(Z_0) = N_1^A \cdot \frac{1}{1 + m \cdot p} \quad \text{- Anteil ausgeschleuster Güter am Ziel A}$$

wobei gilt

N_{In} = Transportgut an der Einschleusung,

N_1 = Transportgut am Punkt nach der Einschleusung,

N_2 = Transportgut am Punkt nach der Ausschleusung,

N^A = Transportgut mit Ziel A,

N^0 = Leere Transportplätze.

Aus der Gleichsetzung $N_1 = N_2$ der Bilanzen wegen geschlossenem Transportkreis folgt

$$N_2^A = N_1^A - N_A^0 = N_1^A \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + m \cdot p}\right)$$

sowie

$$N_2^A = N_1^A - N_{In}^A$$

für die Anzahl Transportgüter, die nach der Ausschleusung auf dem Verteilförderer bleiben.

Mit den Ansätzen für die Zielwahrscheinlichkeit

$$p = \frac{N_1^A}{N}$$

und die partielle Auslastung

$$\rho_A = \frac{N_{In}^A}{N}$$

ergibt sich für Transportgut mit Ziel A am Punkt nach der Einschleusung

$$N_1^A = \left(\frac{N_{In}^A}{1 - m \cdot \frac{N_{In}^A}{N}} \right)$$

und Transportgut mit Ziel A am Punkt nach der Ausschleusung

$$N_2^A = N_{In}^A \cdot \left(\frac{m \cdot \rho_A}{1 - m \cdot \rho_A} \right)$$

und damit für den Rundläufer-Anteil einer Zielstelle

$$\frac{N_2^A}{N_{In}^A} = \frac{m \cdot \rho_A}{1 - m \cdot \rho_A}$$

Die Erweiterung der Betrachtung auf alle Ziele ergibt

$$\frac{N_{RL}}{N_{In}} = \frac{m \cdot \rho \cdot p}{1 - m \cdot \rho \cdot p}$$

sowie

$$\rho_{RL} = \frac{N_{RL}}{N} = \frac{m \cdot p \cdot \rho^2}{1 - m \cdot p \cdot \rho} \quad (16)$$

Der Bezug der Rundläuferanzahl zur Transportkapazität des Verteilförderers im Wert ρ_{RL} gibt ein Maß für die zusätzliche Belastung des Sorters durch Rundläufer im Ausschleusbereich.

Der Vergleich von theoretischem Ansatz in Gleichung 16 und Simulationsexperimenten zeigt einen relativen Fehler von bis zu 20%. Der Fehler sinkt tendenziell mit steigender Einschleuslast und mit zunehmender Anzahl der Sortierziele, wobei sich insgesamt ein schwer funktional abzubildender Zusammenhang zwischen dem Fehler und den Experimentparametern zeigt.

4.3 Simulationsexperimente Rundläufer

Für die Bewertung der theoretischen Ansätze zur Rundläuferbestimmung wurden zahlreiche Simulationsexperimente durchgeführt. Im Simulationsexperiment wurde die Anzahl der mehrfach am Einschleusbereich vorbei fahrenden Transportgüter gezählt. Diese Rundläufer ergeben die zusätzliche Belastung des Sorters.

Die Anzahl der Rundläufer wird bestimmt durch die Einflussparameter

- Ausschleusabstand,
- Zahl der Sortierziele,
- Einschleuslast.

Der Ausschleusabstand wurde zwischen 1, 2, 3 und 4 verändert. Die Zahl der Sortierziele wechselte zwischen 12, 18, 24 und 30 in den Experimenten. Die Transportkapazität des Sorters betrug 7200 Stück pro Stunde. Die Einschleuslast wurde schrittweise von 3000 Stück pro Stunde bis auf 6300 Stück pro Stunde erhöht, soweit es die Gesamtauslastung auf dem Verteilförderer zuließ. In den nachfolgenden Abbildungen wird die Einschleuslast als Wert in Relation zur Transportkapazität dargestellt.

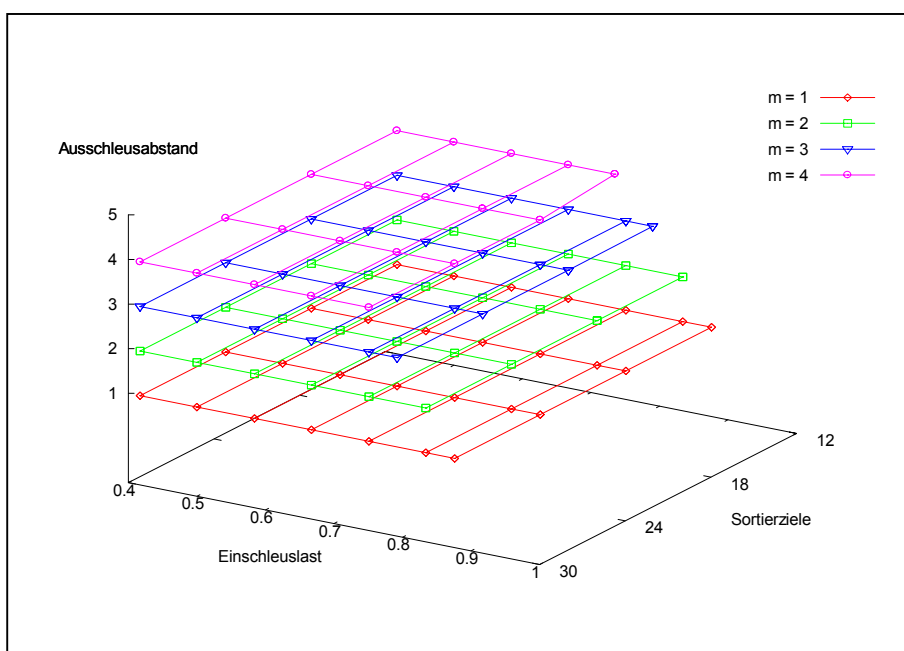


Abbildung 6: Parameterraum Simulation Rundläufer

Abbildung 6 zeigt den Parameterraum der Einflussparameter in den Simulationsuntersuchungen für Ausschleusabstände von $m = 1$ bis $m = 4$.

Die Anzahl der Rundläufer nimmt bei steigenden Ausschleusabstand und bei wachsender Einschleuslast zu. Sie nimmt ab mit steigender Anzahl der Sortierziele. Diese qualitativen Zusammenhänge entsprechen den Erwartungen nach den theoretischen Vorüberlegungen.

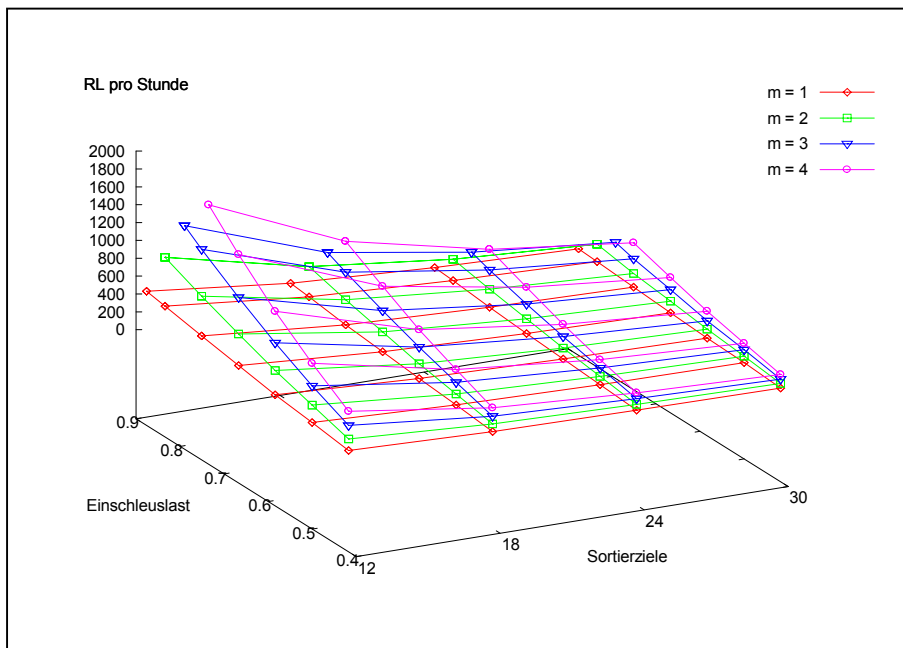


Abbildung 7: Simulationsergebnisse Rundläuferanzahl

Die Belegung der Transportplätze durch Rundläufer erreicht im Experiment mit Einschleusabstand $m=4$ und 12 Sortierzielen einen Anteil von 25% als maximalen Wert. Der Anteil der Rundläufer im Experiment nimmt zu bei steigenden Ausschleusabstand und bei wachsender Einschleuslast. Abbildung 7 zeigt die Simulationsergebnisse für die Anzahl Rundläufer pro Stunde im untersuchten Parameterraum. Abbildung 8 zeigt die Wirkung der Einflussparameter auf die Zusatzbelastung durch Rundläufer, bezogen auf die Transportnennleistung des Sorters.

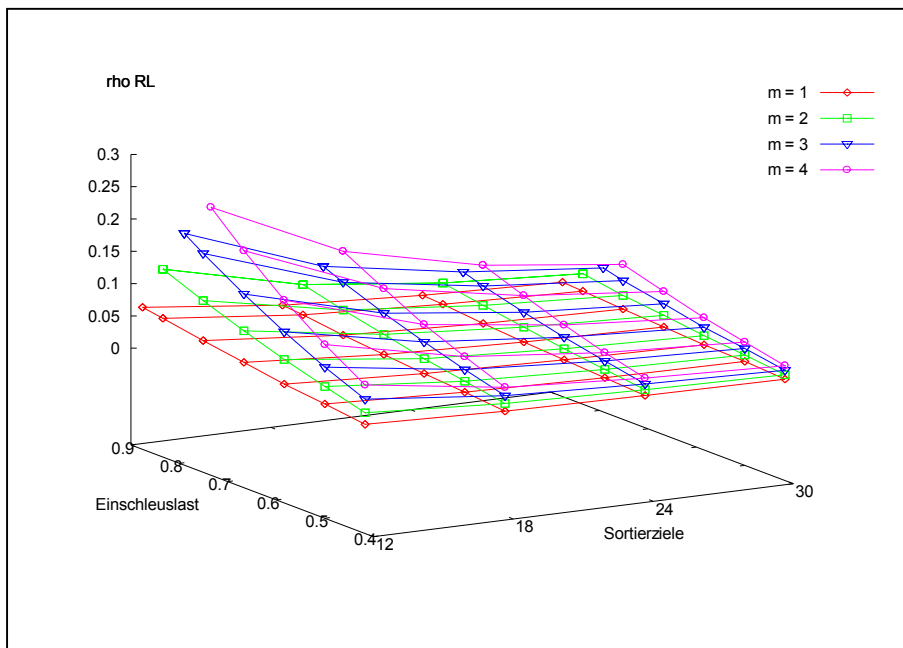


Abbildung 8: Sorterzusatzbelastung ρ_{RL}

Die folgende Tabelle zeigt exemplarisch Simulationsergebnisse für einige Parameterkombinationen.

Tabelle 4: Rundläuferresultate

Ausschleus- abstand	Sortier- ziele	Einschleus- last in St./h	Rundläufer pro Stunde ²	Rundläufer- zusatzlast ³
1	30	5400	150	2,1 %
2	24	5400	388	5,4 %
3	18	3600	285	3,9 %
4	12	3600	860	12 %

4.4 Näherung für den Rundläuferanteil

Einen alternativen Weg für die Bestimmung der Kenngrößenzusammenhängen bietet auch in diesem Anwendungsfall die Näherung auf der Basis von Polynomgleichungen. Für die Konfiguration des Polynoms wurde auf die Ergebnisse der Simulation zurückgegriffen.

Für die Kenngröße Rundläuferanteil ρ_{RL} wurde mit Hilfe des Programms *Approx* eine Näherung in Abhängigkeit von den Einflussparametern

- Ausschleusabstand m ,
- Zahl der Sortierziele $1/p$,
- Einschleusbelastung ρ .

bestimmt.

Das Programm *Approx* liefert die Koeffizienten und Exponenten des Polynoms mit der besten Anpassung an einen vorgegebenen Datensatz. Das Programm wählt bei einem vorgegebenen Ordnungsgrad des Polynoms die Exponenten-Kombinationen aus, deren Zusammenstellung bei geringstem Umfang die beste Anpassung an den Datensatz liefern. Das ermittelte Polynom repräsentiert den verallgemeinerten Zusammenhang der Wirkung der Einflussparameter auf die betrachtete Kenngröße.

Die vorzugebende Struktur des Polynoms, Anzahl der Polynomglieder und der Wertebereich der Exponenten, wurde in mehreren Testläufen manuell verändert mit dem Ziel, Anzahl und Wertebereich so klein wie möglich und so groß wie nötig festzulegen. Eine Reduzierung von Anzahl und Wertebereich kann durch die Erhöhung der Prägnanz der hauptsächlichen Zusammenhänge zu einer besseren Akzeptanz der Polynomnäherung in der Praxis führen. Gleichzeitig sinkt aber mit Reduzierung der Komplexität des Polynoms auch die Genauigkeit der Anpassung an die Experimentdaten.

Im folgenden werden Näherung für die Rundläuferzusatzlast mit unterschiedlicher Anzahl der Polynomglieder und unterschiedlicher Näherungsgüte vorgestellt.

$$\tilde{\rho}_3 = 1,3240437657 \cdot m^2 \cdot p^2 \cdot \rho^2 + 1,0017005415 \cdot m \cdot p \cdot \rho^2 + 0,0016178638$$

$$\tilde{\rho}_2 = 1,2136702325 \cdot m^2 \cdot p^2 \cdot \rho^2 + 1,0459971582 \cdot m \cdot p \cdot \rho^2$$

² durch Rundläufer belegte Transportplätze

³ bezogen auf die Transportnennleistung des Sorters

$$\tilde{\rho}_1 = 1,4034603731 \cdot m^2 \cdot p^2 \cdot \rho^2 + 1,0 \cdot m \cdot p \cdot \rho^2$$

Der Wert des Koeffizienten c_1 in $\tilde{\rho}_1$ kann durch den Ausdruck $\sqrt{2}$ angenähert werden. Somit kann man für die Näherung von $\tilde{\rho}$ auch die Gleichung angeben:

$$\tilde{\rho}_0 = \sqrt{2} \cdot (m \cdot p \cdot \rho) + m \cdot p \cdot \rho^2 \quad (17)$$

Die letztgenannte Gleichung gibt eine vergleichsweise einfache Näherung für die Rundläuferberechnung an, die jedoch eine geringere Genauigkeit – Übereinstimmung mit den experimentellen Werten – aufweist.

4.5 Beispiel für die Rundläuferberechnung

An einem Beispiel sollen die Aussage und die Anwendung der oben genannten Näherungen diskutiert werden. Ein Sortersystem besitzt einen Ausschleusbereich mit 18 Endstellen. Die Endstellen arbeiten mit einem Ausschleusabstand $m = 3$, d.h. zwischen zwei aufeinander folgenden Gütern für eine Endstelle müssen mindestens 3 Schalen Abstand liegen. Die Transportnennleistung des Sorters beträgt 10.000 Stück pro Stunde, die Einschleuslast 8.000 Stück pro Stunde .

Welche Zusatzbelastung durch Rundläufer ist auf dem Verteilförderer zu erwarten?

Belastung des Einschleusbereichs	$\rho_B = 80\%$,
Zahl der Sortierziele	$1/p = 18$,
Ausschleusabstand	$m = 3$.
Rundläuferzusatzlast	$\rho_{RL} = 13,2\%$,
Rundläufer pro Stunde	1320 Stück.

Die Transportkapazität des Sorters verringert sich um 1320 Stück auf 8680 Stück pro Stunde.

Die Rundläuferberechnung soll nun anhand des Beispiels in Kapitel 3.7 mit den Betrachtungen zum Einschleusbereich verknüpft werden. Das Sortersystem besitzt einen Ausschleusbereich mit 18 Endstellen und einen Einschleusbereich mit 4 parallelen Linien. Die verfügbare Transportkapazität im Einschleusbereich verringert sich dementsprechend um den Wert der Rundläuferzusatzlast.

Welche Auswirkungen haben die Rundläufer auf den Einschleusbereich?

- (1) Ausgehend von symmetrischer Lastverteilung auf den 4 Linien und Einschleusabstand $e = 3$:

Belastung des Einschleusbereichs	$\rho_B = 80\%$,
Lastanteil der Einschleuslinie	$p_E = 0,25$,
alt: mittlere Warteschlangenlänge	$q_E = 0,88$ Stück.
neu: mittlere Warteschlangenlänge	$q_E = 2$ Stück.

- (2) Ausgehend vom Lastanteil von 40% an einer Einschleuslinie und Einschleusabstand $e = 2$:

Belastung des Einschleusbereichs	$\rho_B = 80\%$,
Lastanteil der Einschleuslinie	$p_E = 0,4$,
alt: mittlere Warteschlangenlänge	$q_E = 1,2$ Stück.
neu: mittlere Warteschlangenlänge	$q_E = 3$ Stück.

Die mittlere Anzahl wartender Güter im Einschleusbereich wird in beiden Varianten mehr als verdoppelt durch die zusätzliche Belastung der Rundläufer auf dem Sorter.

5 Betrachtungen zur Transportnennleistung

5.1 Einführende Betrachtungen

In vielen Einsatzfällen von Sortiersystemen in der zweistufigen Kommissionierung besteht eine klare räumliche Trennung zwischen dem Einschleusbereich und dem Ausschleusbereich des Sorters. Typische Sortiersysteme dieser Einsatzart besitzen einige wenige Linien für die Einschleusung und zahlreiche Endstellen für die Ausschleusung. Die Artikel der ersten Kommissionierstufe werden im Vorbereich der Einschleusung gesammelt und über die parallel angeordneten Einschleuslinien auf den Sorterkreis gebracht. Die Endstellen sind in räumlicher Trennung zum Einschleusbereich angeordnet und liegen in einem oder mehreren Blöcken zusammengefasst nebeneinander. Die maximal erreichbare Systemleistung dieser Anordnung liegt in der Größenordnung der Transportleistung des Verteilförderers.

Eine Steigerung der Systemleistung kann durch die mehrfache Installation von Einschleusbereichen und Ausschleusbereichen in einer wechselnden Anordnung auf dem Sorterkreis erreicht werden. Ein Transportplatz auf dem Verteilförderer passiert auf einem Umlauf mehrere Einschleusbereiche und mehrere Ausschleusbereiche. Damit kann der selbe Transportplatz unter Umständen mehrmals für einen Guttransport genutzt werden. Die erreichbare Systemleistung dieser Anordnung liegt über der Transportleistung des Verteilförderers.

In der Arbeit [JoHo2006, S.42ff.] zeigen die Autoren einen Ansatz für die Kalkulation der Systemleistung für ein Sortiersystem mit zwei Einschleusbereichen und zwei Ausschleusbereichen. In der dargestellten Berechnungsvorschrift wird für jeden Einschleusbereich ein Durchschleusgrad definiert. Der Durchschleusgrad bestimmt den Anteil des Gutaufkommens eines Einschleusbereiches, der sich am zweiten Einschleusbereich noch auf dem Sorter befindet und damit dort Transportfelder auf dem Verteilförderer blockiert. Die Autoren zeigen einen Weg für die Berechnung der Gesamtleistung für beliebige Durchschleusgradkombinationen der beiden Einschleusbereiche. Die Erweiterung der Berechnungsvorschrift auf Sortiersysteme mit einer beliebigen Anzahl von Einschleusbereichen ist im Ansatz nicht vorgesehen.

Eine weitere typische Anwendung von Sortiersystemen ist ihr Einsatz in Gepäckförderanlagen im Flughafenbereich. In diesen Einsatzfällen besteht in der Regel keine klare räumliche Trennung zwischen dem Einschleusbereich und dem Ausschleusbereich des Sorters. Typische Sortiersysteme in Gepäckförderanlagen besitzen Einschleusungen und Endstellen in etwa gleicher Anzahl. Die Einschleusungen und Endstellen sind in einer variabel wechselnden Anordnung auf dem Sorterkreis installiert. Eine räumliche Trennung der Bereiche ist nicht gegeben. In diesen Systemen kann nicht mehr von Einschleusbereichen und Ausschleusbereichen gesprochen werden. Die erreichbare Systemleistung dieser Anordnung hängt sehr stark ab von der konkreten Abfolge der Einschleusungen und Endstellen auf dem Sorterkreis sowie von der jeweiligen Endstellenverteilung im Gutaufkommens der Einschleuslinien.

Nachfolgend wird ein Ansatz vorgestellt für die Bestimmung der maximal erreichbaren Systemleistung unter Beachtung der Anordnung der Einschleusungen und Endstellen sowie der Endstellenanteile im Gutaufkommens der Einschleuslinien. Die Anzahl der Einschleusungen ist dabei nicht beschränkt.

5.2 Berechnungsansatz Lineare Optimierung

Die verschiedenen Gutströme von den Einschleusungen zu den Endstellen überlagern sich auf dem Sorterkreis abschnittsweise. Die maximal verfügbare Transportkapazität an jedem einzelnen Abschnitt wird durch die technische Transportleistung des Verteilförderers bestimmt. Durch eine geschickte Anordnung der Einschleusungen kann eine Systemleistung erreicht werden, die deutlich über der Transportnennleistung des Verteilförderers liegt.

Die Bilanzierung der Überlagerung der verschiedenen Gutströme auf den Sorterkreisabschnitten wird als Ansatz für die Kalkulation der erreichbaren Systemleistung genutzt. Dieser Ansatz gilt für eine beliebige Anzahl von Einschleusungen und Endstellen auf dem Sorterkreis. Ebenso kann auf diese Weise die erforderliche Transportnennleistung des Verteilförderers für eine gewünschte Systemleistung bestimmt werden.

Die höchste Transportbelastung auf dem Verteilförderer entsteht jeweils unmittelbar an einer Einschleusung. Für die Kalkulation der Systemleistung werden deshalb die Transportanteile aller Einschleuslinien im Gutstrom an jeder Einschleusung auf dem Sorterkreis bilanziert. Die sich überlagernden Anteile aller Einschleusungen können sich maximal bis zur Transportleistung des Verteilförderers addieren. Im Ergebnis der Bilanzierung entsteht ein System linearer Ungleichungen mit einer Gleichung je Einschleusung. Im Bilanzierungsansatz spiegelt sich sowohl die konkrete Abfolge der Einschleusungen und Endstellen als auch die Zielverteilung im Gutaufkommen der einzelnen Einschleuslinien wieder.

Neben der Abfolge der Einschleusungen und Endstellen werden die relativen Transportanteile der Einschleusungen zu den Endstellen für die Kalkulation der maximal erreichbaren Transportleistung benötigt. Im folgenden Beispiel wird für ein Sortiersystem mit drei Einschleusungen und drei Endstellen das Vorgehen erläutert.

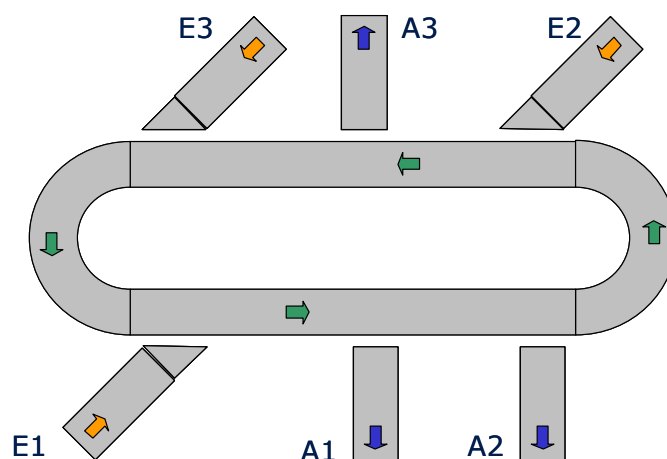


Abbildung 9: Sorterkreis mit 3 Einschleusungen und 3 Endstellen

Die Transportnennleistung des Verteilförderers beträgt 10000 Stück pro Stunde. Gesucht wird die erreichbare Systemleistung des Sorters unter Vorgabe der nachfolgenden relativen Transportanteile. Für jede Einschleusung sei die relative Verteilung der Güter auf die Endstellen bekannt.

Tabelle 5: Relative Transportanteile

Transportanteile	A1	A2	A3
E1	50%	20%	30%
E2	70%	10%	20%
E3	40%	10%	50%

Für die Bilanzierung der Transportströme gelten die folgenden Betrachtungen.

An der Einschleusung E1 addieren sich auf dem Sorterkreis das komplette Gutaufkommen der Einschleuslinie E1, der Strom von E2 mit den Anteilen für die Ausgänge A1 und A2 sowie das komplette Gutaufkommen der Einschleuslinie E3.

Analog dazu überlagern sich an der Einschleusung E2 der Transportstrom von E1 nach A3 mit dem Gutaufkommen an E2 und dem Transportanteil der Einschleuslinie E3 für den Ausgang A3 auf dem Sorterkreis.

An der Einschleusung E3 trifft das Gutaufkommen an E3 auf den Strom von E2 mit den Anteilen für die Ausgänge A1 und A2. Für den Ausgang A3 gilt das gleiche Schema der Überlagerung, nur modifiziert in den Indizes.

Hiermit können mit dem Einsetzen der relativen Transportanteile und der Transportnennleistung des Verteilförderers folgende drei Bilanzen aufgestellt werden:

$$1,0 \cdot E_1 + 0,8 \cdot E_2 + 1,0 \cdot E_3 \leq 10000$$

$$0,3 \cdot E_1 + 1,0 \cdot E_2 + 0,5 \cdot E_3 \leq 10000$$

$$0,0 \cdot E_1 + 0,8 \cdot E_2 + 1,0 \cdot E_3 \leq 10000$$

Das Ungleichungssystem enthält drei unbekannte Größen – die gesuchten Eingangsströme E_1 , E_2 und E_3 . Für diese Größen können mit numerischen Verfahren zulässige Lösungen ermittelt werden.

Für die Bestimmung einer optimalen Lösung für die Konfiguration der Einschleuslinien im Hinblick auf die maximal erreichbare Transportleistung wird die Maximierung der Summe der Eingangsströme als Zielfunktion eines Optimierungsproblems gewählt.

$$z = E_1 + E_2 + E_3 \rightarrow \text{Max}$$

Die Bilanzierung der Transportströme auf dem Sortierkreis wird dann als Lineares Optimierungsproblem mit einem der gängigen Verfahren gelöst – z. B. durch den Simplex-Algorithmus. Die Nichtnegativitätsbedingung für alle unabhängigen Größen ist praktisch gegeben. Die Transportbilanzgleichungen stellen die Nebenbedingungen für die Lineare Optimierung.

Die Lösung des Optimierungsproblems mit Simplex-Algorithmus lautet:

$$E_1 = 2600 \quad \text{Stück pro Stunde,}$$

$$E_2 = 9200 \quad \text{Stück pro Stunde,}$$

$$E_3 = 0 \quad \text{Stück pro Stunde.}$$

Die maximal erreichbare Transportleistung ergibt sich aus der Summe der Eingangsströme:

$$SL = E_1 + E_2 + E_3 = 11800 \text{ Stück pro Stunde.} \quad (18)$$

Die ermittelte Lösung bedeutet, dass unter den gegebenen Transportrelationen die maximale Transportleistung bei Stilllegung der Einschleusung E3 und einem Lastverhältnis von ca. 3,54 zwischen E2 und E1 erreicht wird. Der Sorter transportiert in diesem Fall das 1,18fache seiner Transportnennleistung. Andere Lastrelationen an den Einschleuslinien führen zu einer geringeren Transportleistung. Ob die Umsetzung dieser Lösung zur Erreichung der maximalen Transportleistung in der Praxis sinnvoll und möglich ist, muss an anderer Stelle diskutiert werden.

5.3 Erweiterung um Einschleusabstände

Die Formulierung der Bilanzgleichungen in der oben genannten Form geht von der Annahme aus, dass die maximale Leistung einer Einschleusung der Transportnennleistung des Verteilförderers entspricht. Bei der Betrachtung realer Sortersysteme zeigt sich, dass diese Lösungsvoraussetzung oft nicht gegeben ist. Einschleusungen in Sortersystemen besitzen oft einen technisch bedingten Einschleusabstand, der die maximale Leistung einer Einschleusung auf einen Teil der Transportleistung des Verteilförderers begrenzt (siehe Kapitel 3).

Diese Begrenzung der Einschleusleistung kann als Formulierung von zusätzlichen Randbedingungen dem Optimierungsproblem hinzugefügt werden. Die Transportbilanzgleichungen werden ergänzt um die Randbedingung für die Einschleusabstände ED (in Matrixschreibweise):

$$\begin{pmatrix} ED_1 & 0 & 0 \\ 0 & ED_{21} & 0 \\ 0 & 0 & ED_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix} \quad (19)$$

In Fortführung des obigen Beispiels werden folgende Einschleusabstände festgelegt:

$$ED_1 = 2, \quad ED_2 = 2 \quad \text{und} \quad ED_3 = 2.$$

Im Lösungsvektor für die Eingangsströme sind nun die Leistungsbegrenzungen berücksichtigt, die sich durch die Einschleusabstände ergeben:

$$\begin{aligned} E_1 &= 5000 && \text{Stück pro Stunde (maximale Einschleusleistung),} \\ E_2 &= 5000 && \text{Stück pro Stunde (maximale Einschleusleistung),} \\ E_3 &= 1000 && \text{Stück pro Stunde.} \end{aligned}$$

Die maximal erreichbare Transportleistung reduziert sich auf:

$$SL = E_1 + E_2 + E_3 = 11000 \text{ Stück pro Stunde.} \quad (20)$$

Die Einführung der Einschleusabstände führt erwartungsgemäß zu einer Reduzierung der Transportleistung und gleichzeitig zu einer Verschiebung der optimalen Relation der Einschleuslinien.

Gleichermaßen können noch weitere Restriktionen dem Optimierungsproblem hinzugefügt werden, um die praktische Relevanz der Lösung zu erhöhen. So kann die Vorgabe einer Mindestlast für alle Einschleuslinien oder eines bestimmten (Mindest-)Verhältnis zwischen zwei Einschleusungen die Stilllegung einer Einschleusung als zulässige Lösung vermeiden.

6 Berechnungswerkzeug

Die Exponenten und Koeffizienten der ermittelten Näherungspolynome, siehe Kapitel 3 und Kapitel 4, sind in einem Excel-basierten Berechnungswerkzeug hinterlegt. Die interne Struktur der Software ist so gestaltet, dass die derzeitigen Berechnungsgrundlagen leicht aktualisiert und die Berechnung weiterer Kennwerte einfach hinzugefügt werden können

Ausgehend von den technischen Parametern Sortergeschwindigkeit und Schalenteilung wird automatisch die Transportnennleistung ermittelt. Der Wert kann durch die Vorgabe einer gewünschten Grenzleistung manuell modifiziert werden.

In der aktuellen Version kann ein Einschleusbereich mit bis zu 10 Einschleuslinien konfiguriert werden. Für jede Einschleuslinie wird die geplante Belastung (in Stück pro Stunde) sowie der Einschleusabstand vorgegeben. Aus der Summe der Einzelbelastungen werden die relativen Belastungsanteile der einzelnen Linien und die Gesamtbelastung des Einschleusbereichs berechnet. Diese Gesamtbelastung im Verhältnis zur Transportleistung des Sorters ergibt die Auslastung des Einschleusbereichs.

Für die Einschleuslinien wird über die implementierten Näherungspolynome eine modifizierte Auslastung berechnet, welche den Ausgangswert für die Bestimmung der jeweiligen mittleren Warteschlangenlänge liefert.

Eine Abschätzung der Rundläuferanzahl auf dem Sorter (belegte Sorterschalen pro Stunde) kann der Nutzer durch Vorgabe der Anzahl Sortierziele und des Ausschleus-Zwischenabstands erhalten. Die Kalkulation beruht außerdem auf der Gesamtbelastung des Einschleusbereichs, die durch die Einschleuslinien vorgegeben ist.

Die Verknüpfung der beiden Berechnungsbereiche – die Berücksichtigung der Rundläuferanzahl bei der Bestimmung der Warteschlangenlängen – konnte in der Software noch nicht realisiert werden, da einige algorithmische Fragen hierfür noch ungeklärt sind.

Das Berechnungswerkzeug steht auf den Internetseiten der Forschungsstelle zur freien Verfügung.

http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_maschinenwesen/itla/technische_logistik

Sorter								
Technische Parameter								
Geschwindigkeit	2.00	m/s						
Schalenteilung	0.50	m						
Nennleistung	14400	St./h						
Grenzleistung	12000	St./h						
Einschleusung			Einschleuslinie	1	2	3	4	5
Belastung Einschleusbereich	9600	St./h	Belastung in St./h	1000	3600	1600	3400	0
Auslastung Einschleusbereich	80%		Belastungsanteil	10.4%	37.5%	16.7%	35.4%	0.0%
			Einschleusabstand	3	3	3	3	2
Ausschleusung			modifizierte Auslastung	33%	90%	46%	85%	0%
Anzahl Sortierziele	12		mittlere Warteschlange	0.25	4.47	0.43	2.89	0.00
Ausschleus-Zwischenabstand	2							
Rundläuferanzahl	1278	St./h						

Abbildung 10: Bedienoberfläche Berechnungswerkzeug

7 Zusammenfassung und Ausblick

Ein Sorter besteht aus den Teilsystemen Einschleusung, Verteilförderer und Endstellen. Die effektive Sortierleistung eines Sorters ergibt sich als Ergebnis der Teilleistungen dieser Bereiche. Im Forschungsprojekt wurden deshalb die Teilsysteme im Hinblick auf ihren Beitrag zur effektiven Sortierleistung betrachtet. Das Forschungsprojekt fokussiert dabei auf Sortersysteme mit einem Verteilförderer in Ringstruktur und einer Einzelplatzbelegung, mit einer Einschleusung über mehrere Einschleuslinien und einer Ausschleusung auf mehrere Endstellen.

Die theoretische maximale Sortierleistung wird durch die Transportkapazität des Verteilförderers bestimmt. Die Transportkapazität eines Verteilförderers mit Einzelplatzbelegung kann in Stück pro Stunde berechnet werden als Quotient von Förderergeschwindigkeit und Einzelplatzabstand.

Im praktischen Betrieb erreicht die realisierte effektive Sortierleistung eines Sorters nur bei sehr idealen Bedingungen die verfügbare Transportleistung. Verschiedene Faktoren führen zu einer Leistungsminderung.

Im Einschleusbereich können durch die Wahl eines Leerplatz-Zuweisungsverfahrens, das nicht optimal alle verfügbaren Leerplätze auf dem Sorter für die Einschleusung von wartenden Gütern nutzt, Verluste in der Sortierleistung entstehen. Das im Forschungsprojekt angewandte Referenzpunktverfahren, vorgestellt in [Beumer1993], kann diese Verluste vermeiden.

Bei einer zufälligen Ankunft der Güter entstehen an den Einschleuslinien Warteschlangen auch bei einer Systembelastung unterhalb der Transportkapazität des Verteilförderers. Die Aussagen zur zulässigen Systembelastung sind deshalb im Zusammenhang mit hier auftretenden und akzeptierbaren Warteschlangenlängen zu betrachten. Im Forschungsprojekt wurde eine Näherung für die mittlere Warteschlangenlänge an Einschleuslinien ermittelt.

Die Transportgüter verlassen den Verteilförderer an den Endstellen durch Ausschleusung. Zwischen zwei aufeinander folgenden Ausschleusungen kann ein Mindestzeitabstand technisch notwendig sein, hier als Ausschleusabstand bezeichnet. Einzelne Transportgüter bleiben auf dem Verteilförderer bis sie erneut ihre Endstelle erreichen. Diese zirkulierenden Güter behindern das Einschleusen neuer Güter und vermindern dadurch die effektive Sortierleistung. Im Forschungsprojekt wurde eine Näherung für die Anzahl dieser zirkulierenden Güter in Abhängigkeit vom Ausschleusabstand bestimmt.

Eine Steigerung der Sortierleistung kann durch die Installation von mehreren Einschleusbereichen und Ausschleusbereichen auf dem Sorterkreis erreicht werden. Im Forschungsbericht wird für die Bestimmung der maximal erreichbaren Sortierleistung ein Ansatz vorgestellt unter Beachtung der Anordnung auf dem Sorterkreis sowie der Transportanteile zwischen Einschleusungen und Endstellen. Das Berechnungsergebnis erlaubt Schlussfolgerungen zur günstigen Anordnung und Verteilung der Transportströme auf dem Sorterkreis.

Die ermittelten Näherungsfunktionen wurden in ein einfaches Berechnungswerkzeug überführt. Das Werkzeug gibt für eine beliebig gewählte Parameterkonfiguration die Werte für die Warteschlangen im Einschleusbereich und für die Rundläuferanzahl aus.

Literaturverzeichnis

- [Arnold2004] Arnold, Dieter: Materialflusslehre. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004.
- [Beumer1993] Beumer, Christoph: Computerunterstützte Materialflußplanung für Warenverteilsysteme. Düsseldorf: VDI-Verlag 1993 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 13, Nr. 40) – zugleich Universität Hannover, Dissertation, 1993.
- [GneKö1984] Gnedenko, Boris W.; König, Dieter: Handbuch der Bedienungstheorie. Bd. I: Grundlagen und Methoden. ; Bd. II: Formeln und andere Ergebnisse. Akademie Verlag Berlin, 1984.
- [Gudehus1976] Grenzleistungen bei absoluter Vorfahrt. Zeitschrift für Operations Research 20, S. B127–B160.
- [Hirsch2004] Hirschmüller, Thomas: Leistungskriterien und Systemfindung für die Stückguteinschleusung auf Sorter. Universität Dortmund, Dissertation, 2004.
- [JoHo2006] Jodin, Dirk; Ten Hompel, Michael: Sortier- und Verteilsysteme. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2006.
- [JaNaGu1977] Jayaraman, Arun; Narayanaswamy, Ramu; Gunal, Ali K.: A Sortation System Model. In: Andradottir, S.; Healy, K. J.; Withers, D. H.; Nelson, B. L.: Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference, S. 866-871.
- [Johnson1998] Johnson, Erik M.: The impact of sorting strategies on automated sortation system performance. In: IIE Transactions, Bd. 30 (1998), S. 67-77.
- [MeiSun2007] Meinhardt, Ingolf; Sunarjo, Felisia; Marquardt, Hans-Georg: Dimensionierung von Entkopplungspuffern in dynamischen Fertigungsprozessen mittels Warteschlangen. Beitrag zum 3. Fachkolloquium der WGTL, Hamburg, 2007.
- [NyWien1999] Nyhius, Peter; Wiendahl, Hans-Peter: Logistische Kennlinien. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1999.
- [Radtke2000] Radtke, Axel: Beitrag zur Entwicklung optimierter Betriebsstrategien für Sortiersysteme. Dortmund: Praxiswissen, 2000. – zugleich: Universität Dortmund, Dissertation, 2000.
- [Schulze2000] Schulze, Frank: Neue Methoden zur Modellbildung für die Planung und Steuerung von Materialflußsystemen. Technische Universität Dresden, Dissertation, 2000.

Anhang Simulationsergebnisse

Nachfolgend werden die Ergebnisse der Experimentserien zum Einschleusbereich mit unterschiedlichen Einschleusabständen gemeinsam mit den zugehörigen Werten der Näherungspolynome dargestellt.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung A - 1	Linienauslastung für $e = 2$, Simulation und Näherung	42
Abbildung A - 2	Warteschlangenlänge für $e = 2$, Simulation und Näherung	42
Abbildung A - 3	Linienauslastung für $e = 3$, Simulation und Näherung	43
Abbildung A - 4	Warteschlangenlänge für $e = 3$, Simulation und Näherung	43
Abbildung A - 5	Linienauslastung für $e = 4$, Simulation und Näherung	44
Abbildung A - 6	Warteschlangenlänge für $e = 4$, Simulation und Näherung	44

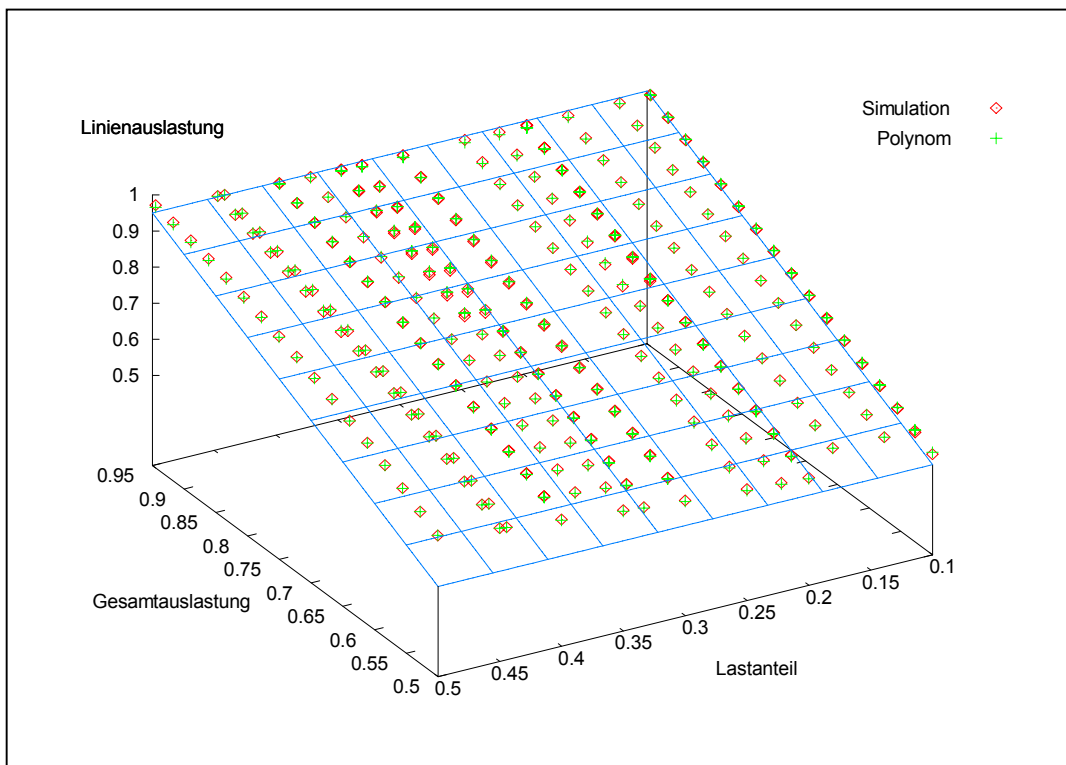


Abbildung A - 1: Linienauslastung für $e = 2$, Simulation und Näherung

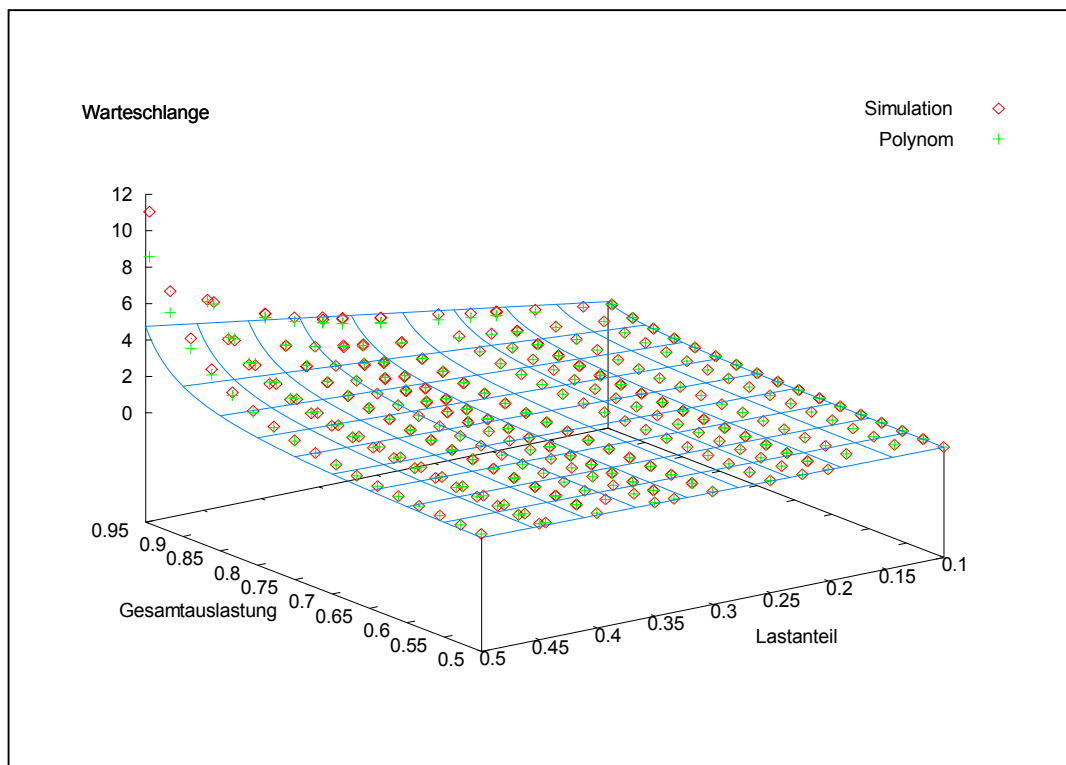


Abbildung A - 2: Warteschlangenlänge für $e = 2$, Simulation und Näherung

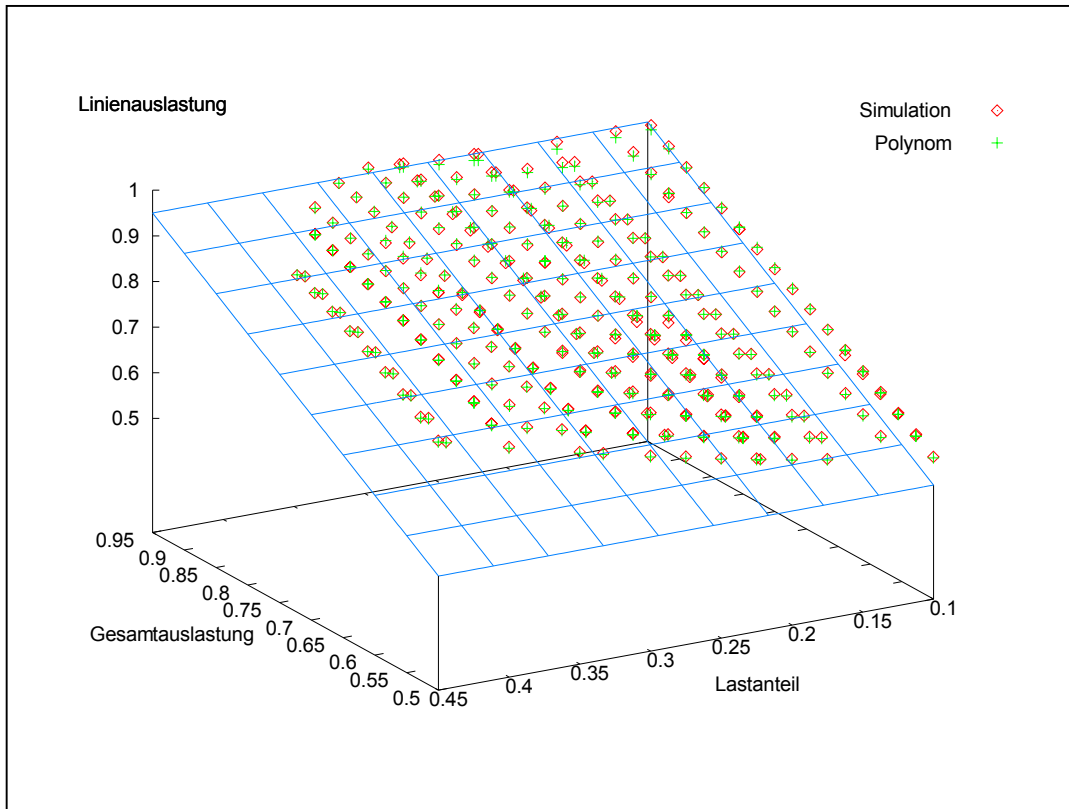


Abbildung A - 3: Linienauslastung für $e = 3$, Simulation und Näherung

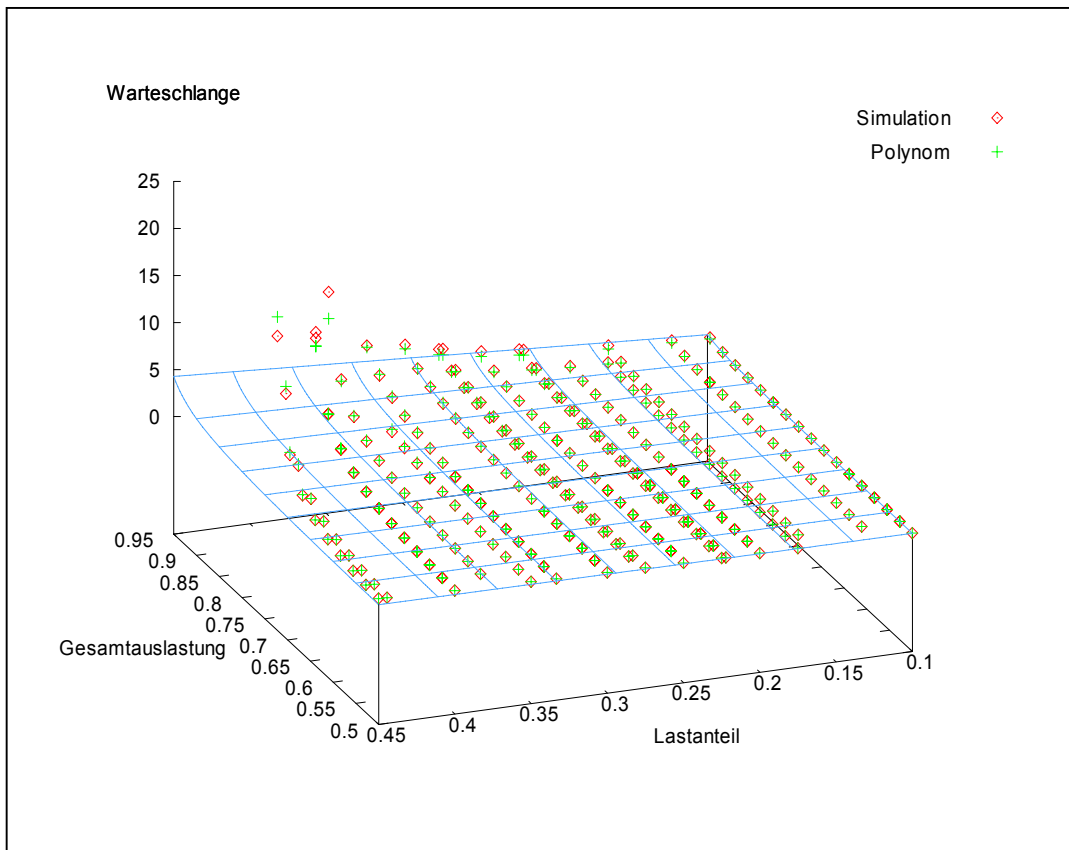


Abbildung A - 4: Warteschlangenlänge für $e = 3$, Simulation und Näherung

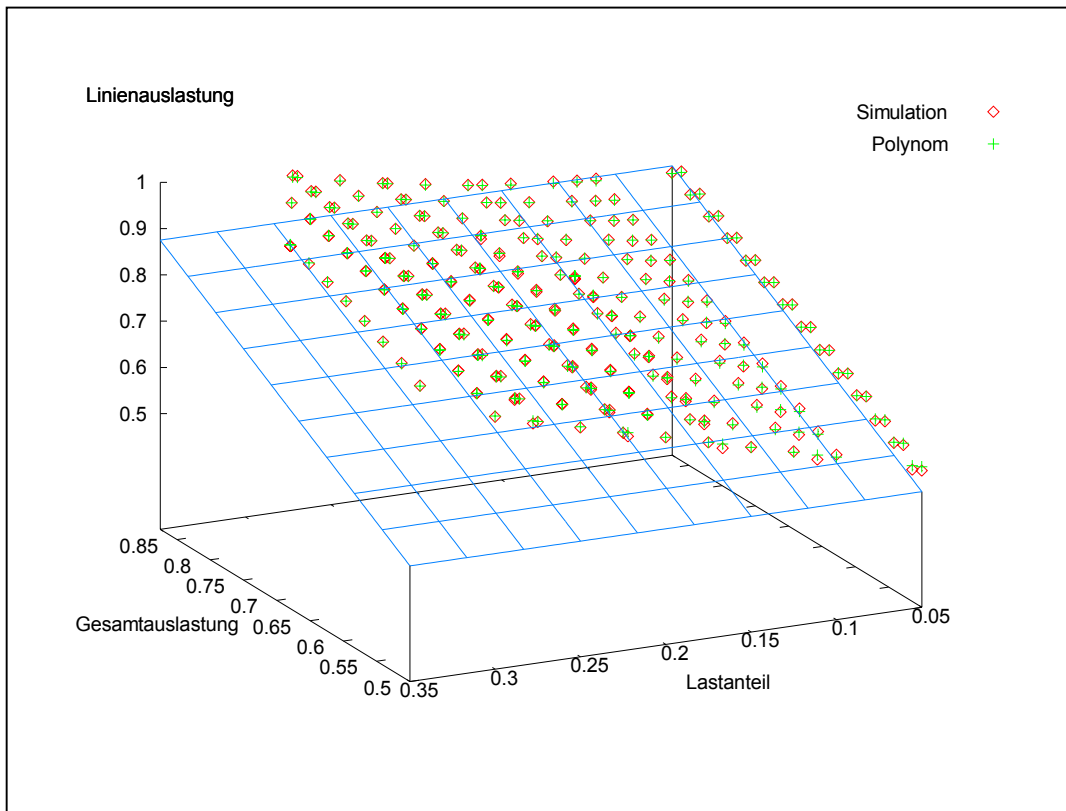


Abbildung A - 5: Linienauslastung für $e = 4$, Simulation und Näherung

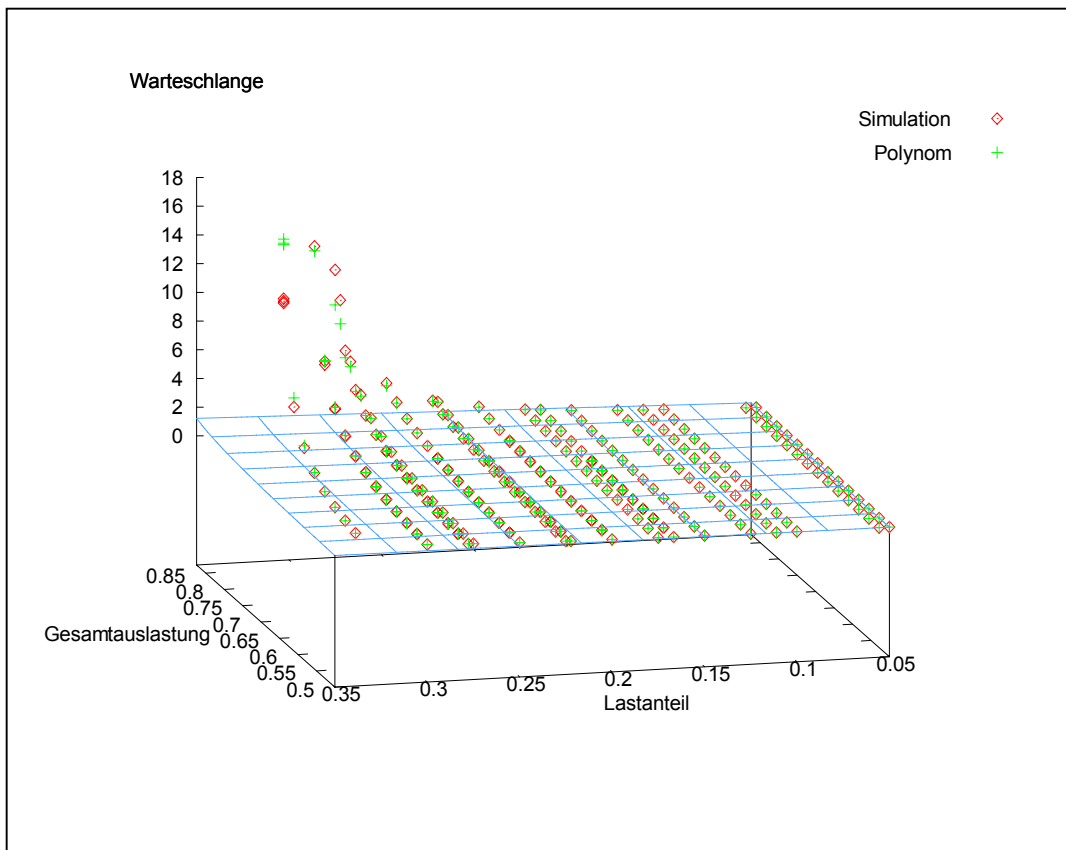


Abbildung A - 6: Warteschlangenlänge für $e = 4$, Simulation und Näherung